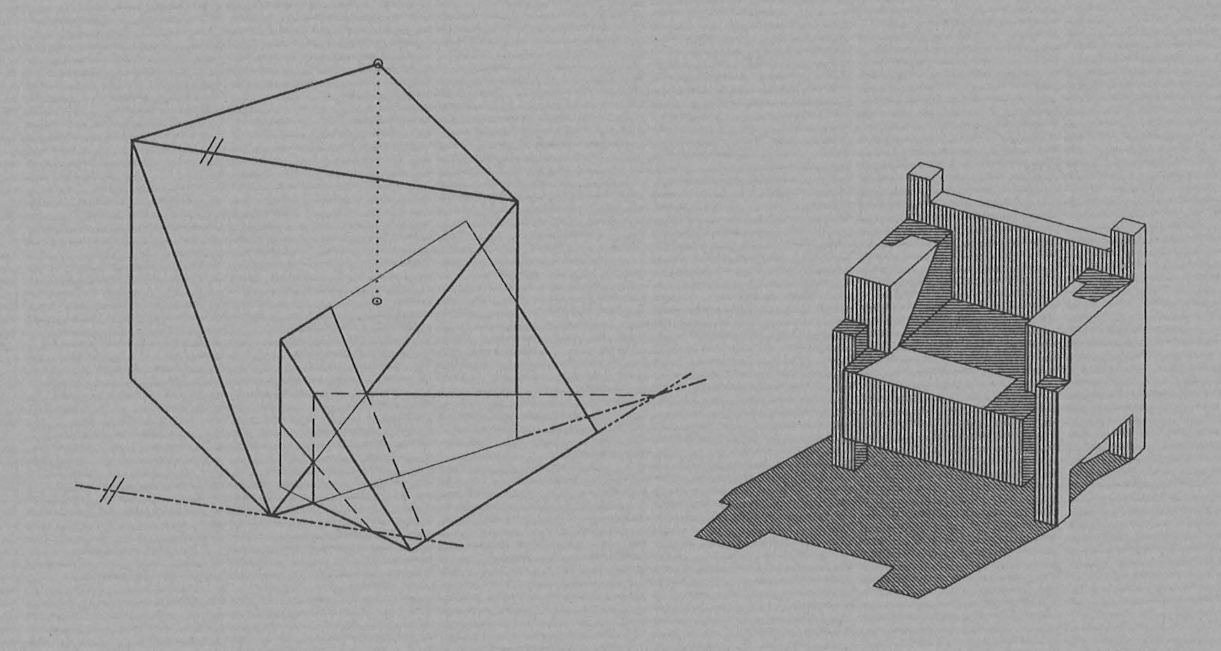
EJERCICIOS DE
INTERSECCIONES Y SOMBRAS: ELEMENTOS POLIÉDRICOS

por

ANA GONZÁLEZ URIEL



CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

5-75-01

EJERCICIOS DE
INTERSECCIONES Y SOMBRAS: ELEMENTOS POLIÉDRICOS

por

ANA GONZÁLEZ URIEL

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

5-75-01

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA

0 VARIOS
1 ESTRUCTURAS
2 CONSTRUCCIÓN
3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
4 TEORÍA
5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
6 PROYECTOS
7 URBANISMO
8 RESTAURACIÓN

NUEVA NUMERACIÓN

3 Área
7 Autor
04 Ordinal de cuaderno (del autor)

Ejercicios de intersecciones y sombras: elementos poliédricos

Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
CUADERNO 247.01 / 5-75-01
ISBN: 978-84-9728-256-7
Depósito Legal: M-48170-2007

INTRODUCCIÓN

La mayor parte de los programas de CAD incorporan herramientas cada vez más evolucionadas para el cálculo de intersecciones entre superficies y la simulación de sombras. Sin embargo, es importante desarrollar una intuición suficiente para saber qué aspecto debe tener la respuesta que esperamos del ordenador. Interesa también aprender a controlar el proceso contrario: qué superficie diseñar para que resulte determinada sombra.

Este cuaderno pretende ofrecer material para alumnos que deseen practicar este tipo de ejercicios. A su vez, este entrenamiento puede contribuir al desarrollo de su *visión espacial*.

Hemos obviado la representación en perspectiva cónica y hemos restringido los ejercicios al caso de luz paralela (foco impropio) porque es el que más se ajusta a nuestro objetivo y con más frecuencia aparece al proyectar o representar edificios.

Se incluye:

1: Breve recordatorio de algunas cuestiones elementales, útiles para resolver eficazmente los ejercicios que se proponen.

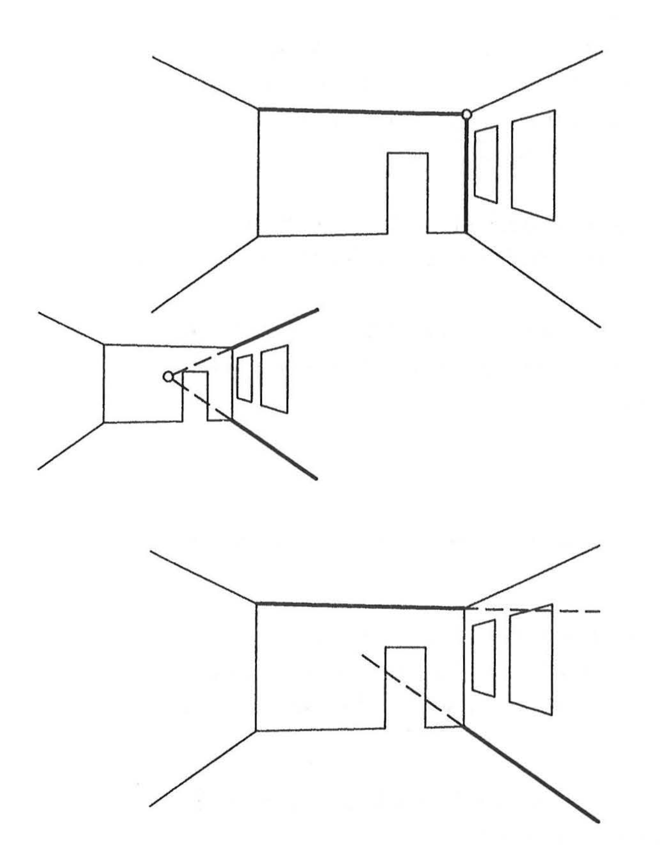
2: Enunciados, a tamaño adecuado para trabajar directamente sobre el cuaderno o su fotocopia, o con papel de croquis si el alumno lo prefiere. En axonométrica, deben suponerse las figuras apoyadas en un mismo plano horizontal y que las líneas que parecen verticales realmente lo son.

3: Soluciones. La solución es única para cada caso. No así el modo de llegar a ella. Se muestra un posible camino, pero cualquier otro puede ser correcto.

ÍNDICE

INTERSECCIONES

Intersección = elemento común a dos entidades



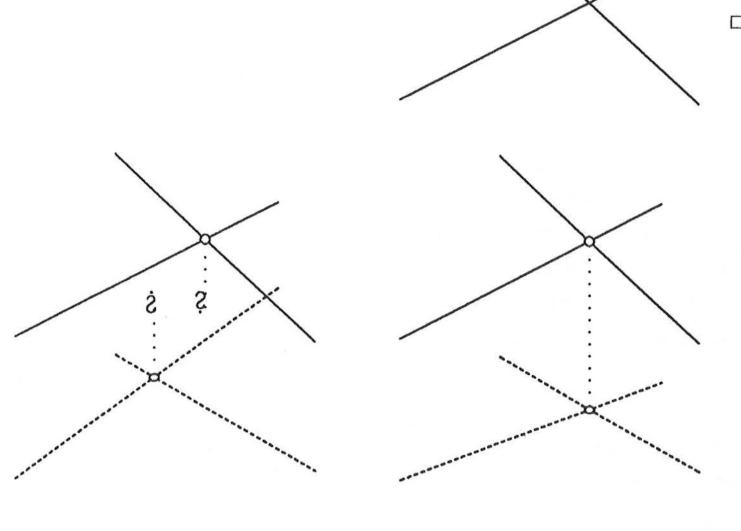
□ INTERSECCIÓN DE RECTAS

Dos rectas en el espacio pueden cortarse o cruzarse.

— Si se CORTAN tienen un punto común (*). En ese caso son coplanarias (pertenecen a un mismo plano; definen un plano).

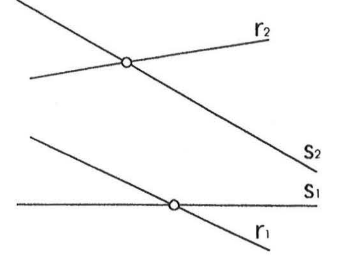
* Podemos considerar que las rectas paralelas comparten su punto del infinito.

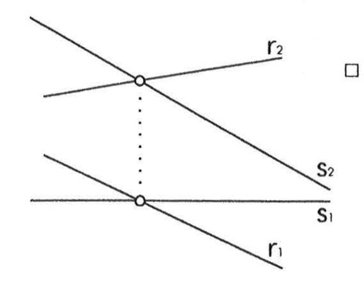
— Si dos rectas se CRUZAN, entonces no tienen ningún punto común. En ese caso es imposible construir un plano que contenga a ambas.



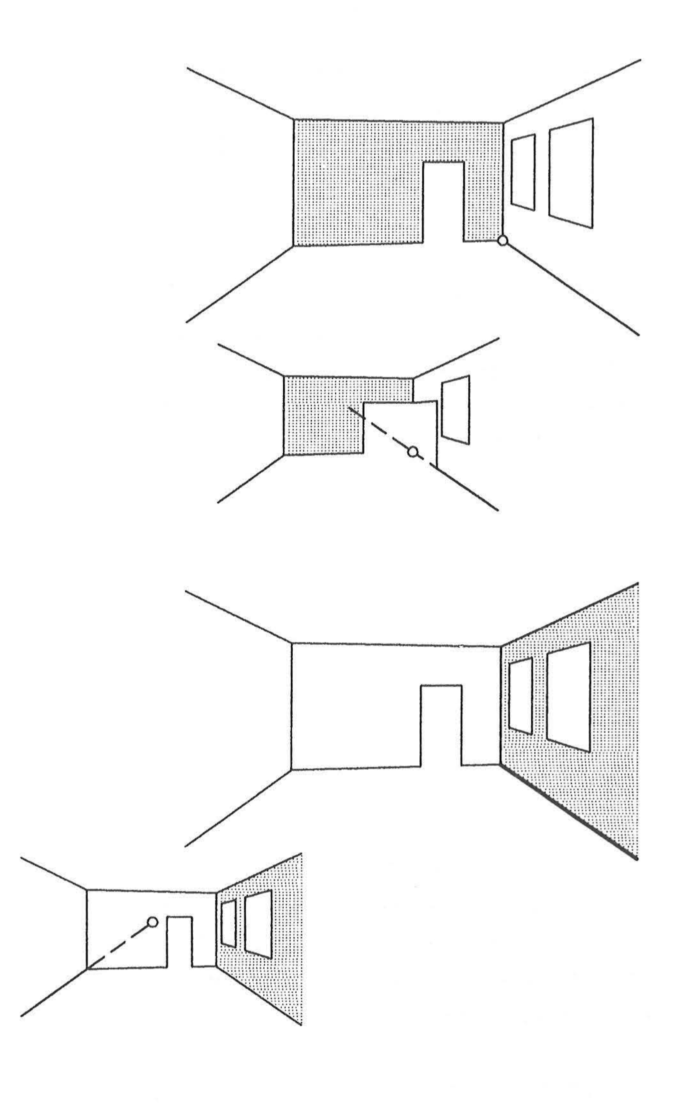
□ En axonométrica, para determinar qué ocurre con dos rectas necesitamos más información que su proyección directa. (Si sabemos, por ejemplo, que son coplanarias, entonces necesariamente se cortan.)

Es usual que conozcamos, o podamos hallar fácilmente, las proyecciones horizontales de esas rectas (o, dicho con rigor, la imagen de sus proyecciones sobre un plano horizontal de referencia). Eso nos permitirá determinar si existe o no un punto común.





□ En diédrico, vemos que las rectas se cortan cuando planta y alzado de su punto común se corresponden. Si no, se cruzan.



□ INTERSECCIÓN RECTA—PLANO

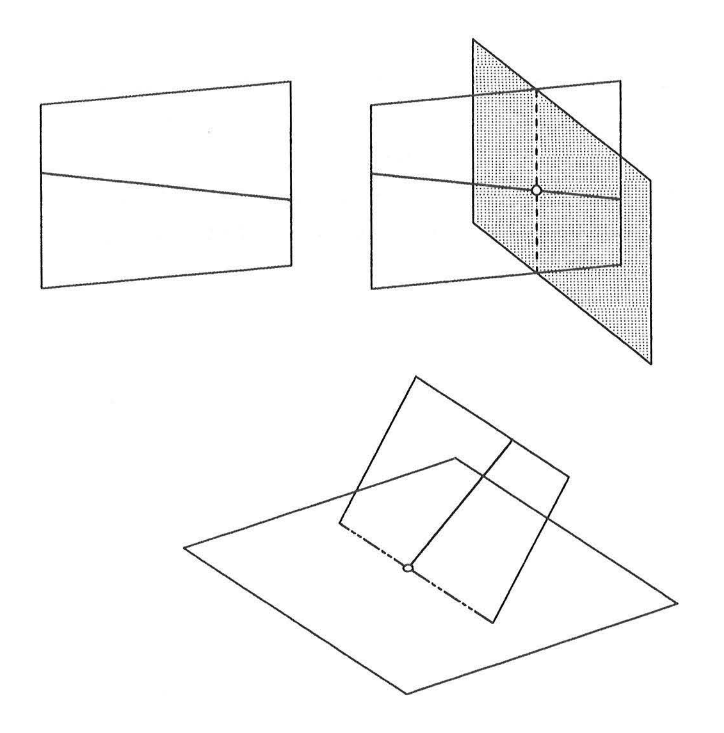
Una recta y un plano siempre tienen, al menos, un punto en común:

— Si se CORTAN tienen un punto común (intersección) y sólo uno (*).

Puede ocurrir que ese punto quede fuera de la porción de plano -o de recta- que "vemos", pero sigue existiendo, podemos hallarlo y dibujarlo si lo necesitamos.

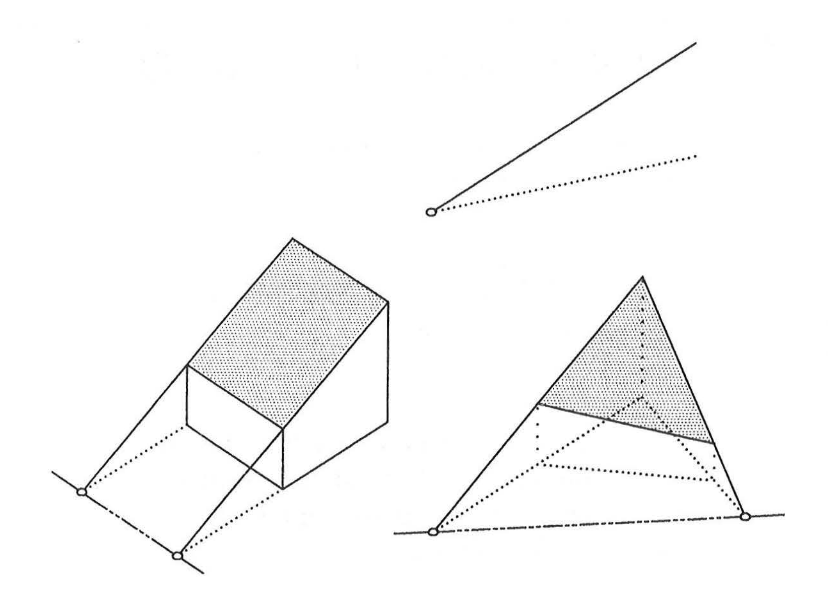
— Si la recta PERTENECE al plano, entonces tienen todos sus puntos (los de la recta) en común.

* Una recta paralela a un plano tiene también un punto común con él, pero en este caso ese punto es impropio, pertenece a la recta del infinito del plano.



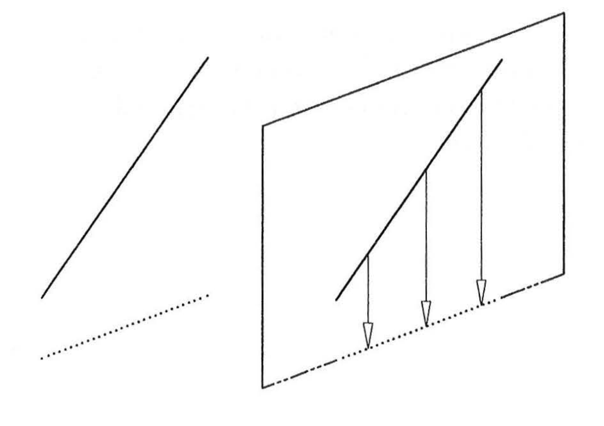
□ Si una recta pertenece a un plano, entonces el punto de intersección de esa recta con otro plano tiene que pertenecer a la recta común a ambos planos.

En particular, si usamos un plano horizontal de referencia y la palabra *traza horizontal* (o TRAZA a secas) para referirnos a las intersecciones de elementos cualesquiera con ese plano de referencia, entonces: *cuando una recta pertenece a un plano, la traza de la recta (que es un punto) pertenece a la traza del plano (que es una recta).*



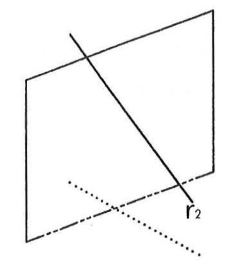
La TRAZA de una RECTA es inmediata si conocemos su proyección horizontal. (Es el punto donde ambas coinciden.)

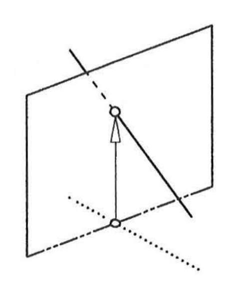
La TRAZA de un PLANO resulta fácil de determinar si conocemos dos de sus rectas: debe pasar por las trazas de esas rectas. (Esto es, se trata de dibujar una recta que pasa por dos puntos.)



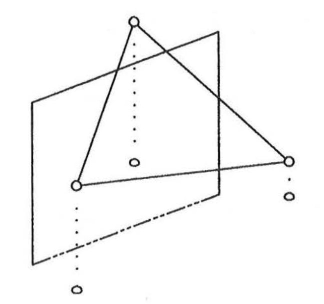
□ Cualquier recta definida por su proyección directa y su proyección horizontal puede incluirse muy fácilmente en un plano vertical, cuya traza horizontal es la proyección horizontal de la recta.

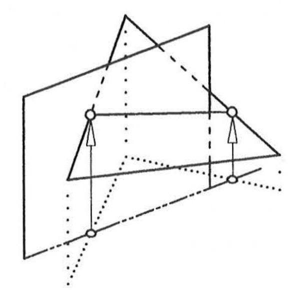
(Se llama también PLANO PROYECTANTE de la RECTA porque la proyecta sobre el horizontal de referencia.)

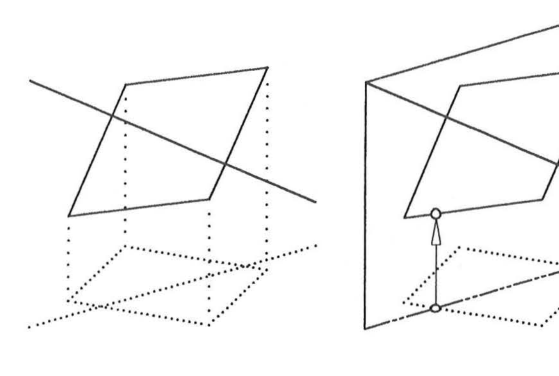


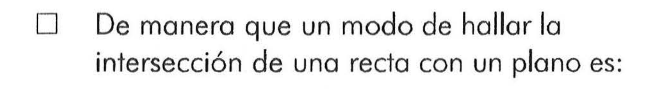


Una ventaja de los planos verticales es lo fácil que resulta determinar su intersección con otros elementos, ya que la proyección horizontal de cualquier punto que pertenezca al plano vertical tiene que estar sobre su traza.



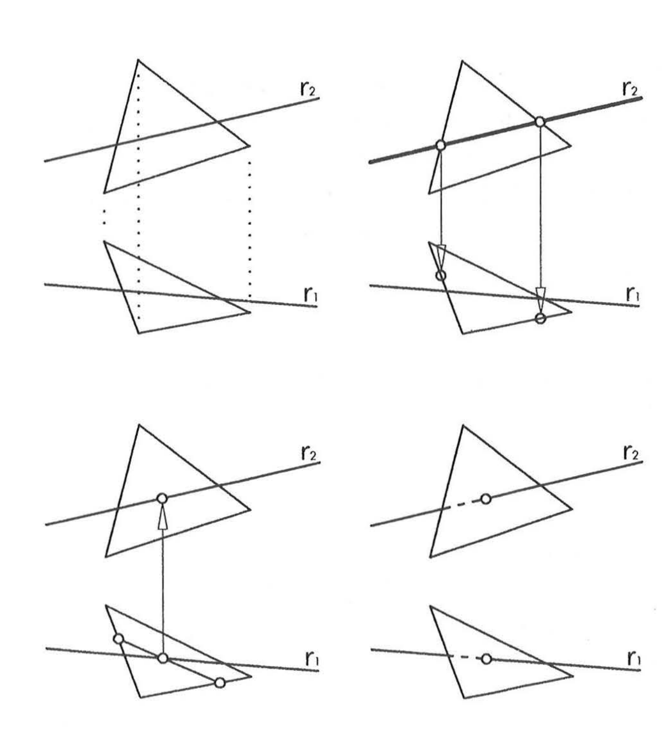






☐ De manera que un modo de hallar la intersección de una recta con un plano es:

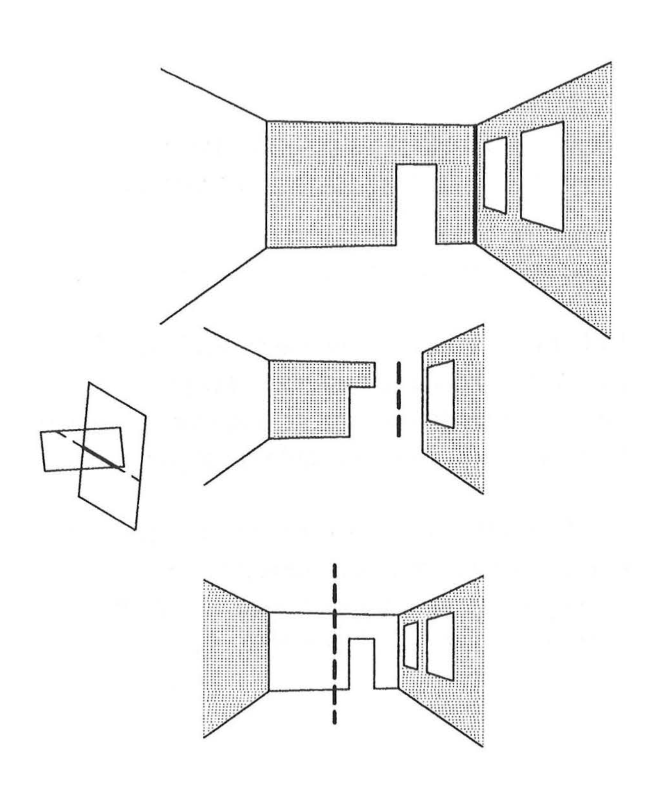
1. Trazar el plano vertical que contiene a la recta.
2. Hallar la intersección de ese vertical con el plano inicial (ésta la podemos dibujar determinando los puntos en que nuestro vertical corta a dos rectas cualesquiera del plano).
3. En esta recta intersección ha de estar el punto que buscamos, que, por supuesto, también debe pertenecer a nuestra recta inicial. (Es decir, es la intersección de ambas.)



☐ En diédrico (dos planos de referencia) podemos construir dos planos proyectantes (vertical u horizontal) para una recta.

Uno u otro puede ser usado para hallar la intersección de la recta con un plano cualquiera:

Tomaremos dos rectas de ese plano cualquiera y las intersecaremos con nuestro plano auxiliar proyectante. Con ello, de nuevo determinamos (dos puntos) la recta auxiliar intersección de ambos planos, cuyo punto de corte con nuestra recta inicial es la intersección que buscamos.



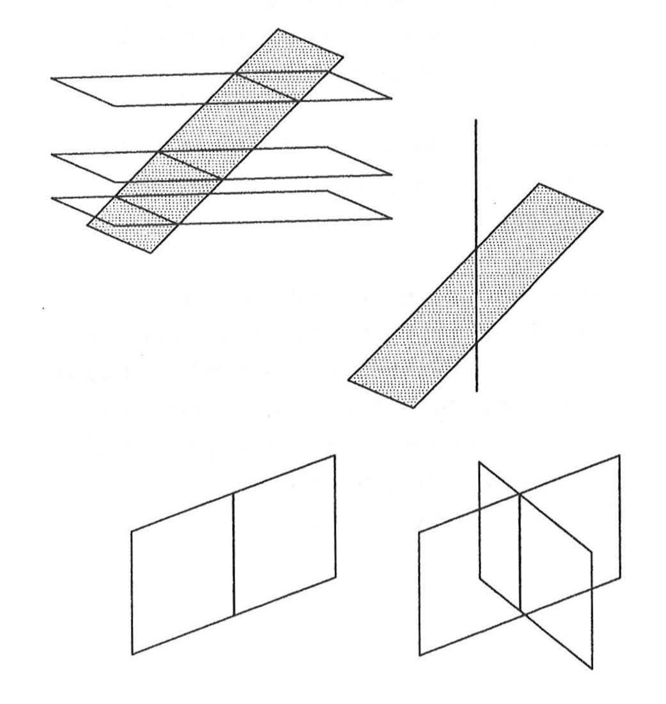
☐ INTERSECCIÓN DE DOS PLANOS

Dos planos siempre tienen UNA RECTA común (*)

Esa recta puede transcurrir por las regiones de planos que vemos o quedar fuera de ellas.

Dicho de otro modo, si estamos dibujando la intersección de dos planos y uno de ellos "se termina" (deja de ser visible), entonces la recta intersección también "se termina" (íd.)

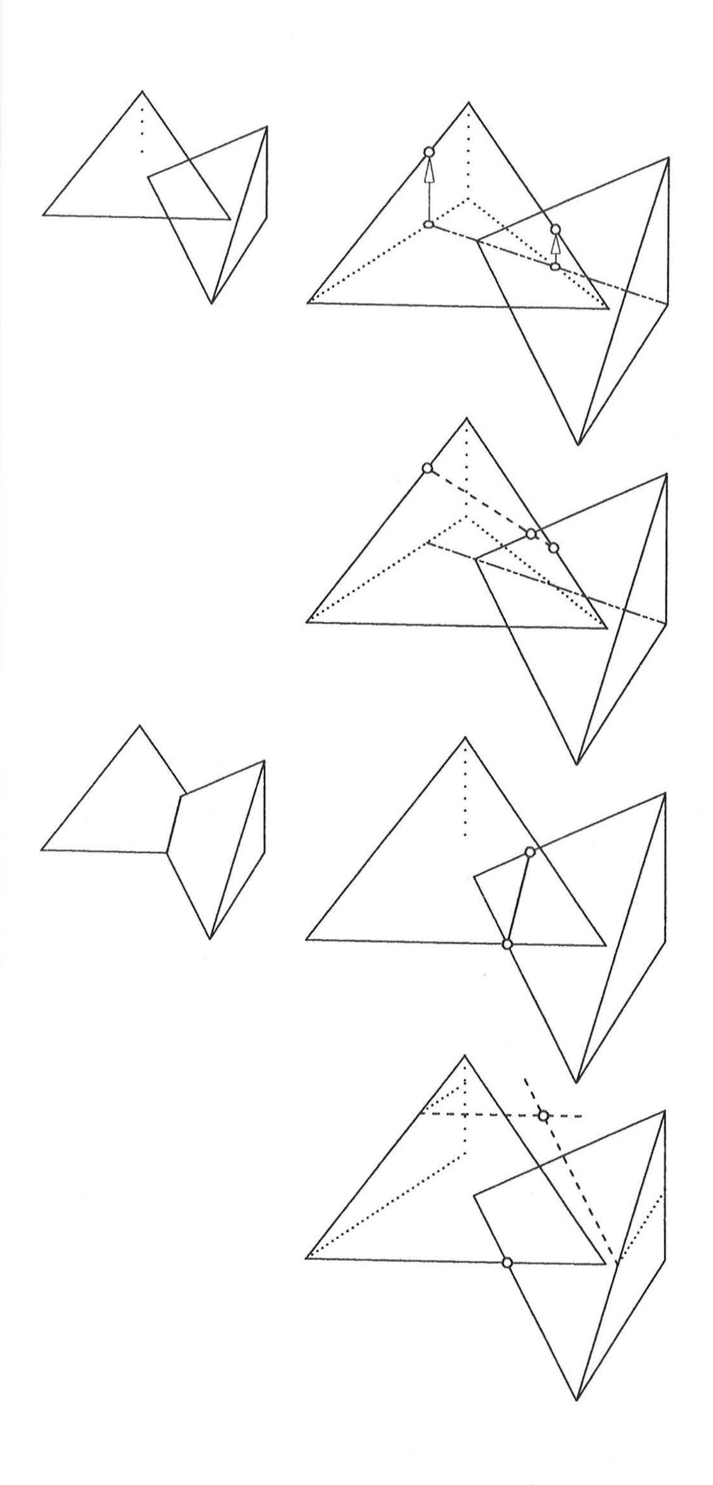
* De nuevo, si los planos son paralelos, la recta común a ambos es su recta impropia o del infinito.



☐ Un plano cualquiera inclinado siempre contiene rectas horizontales (= intersección de ese plano con cualquier plano horizontal). Las rectas HORIZONTALES DE un PLANO son PARALELAS entre sí (cada una estará a una cota).

Sin embargo, un plano cualquiera inclinado NO contiene rectas verticales.

☐ Sólo los planos verticales contienen rectas verticales. (La INTERSECCIÓN DE DOS PLANOS VERTICALES es necesariamente una recta vertical.)



- Para determinar la intersección de dos planos cualesquiera, que es una recta, bastará con que encontremos dos puntos de ella. Para eso:

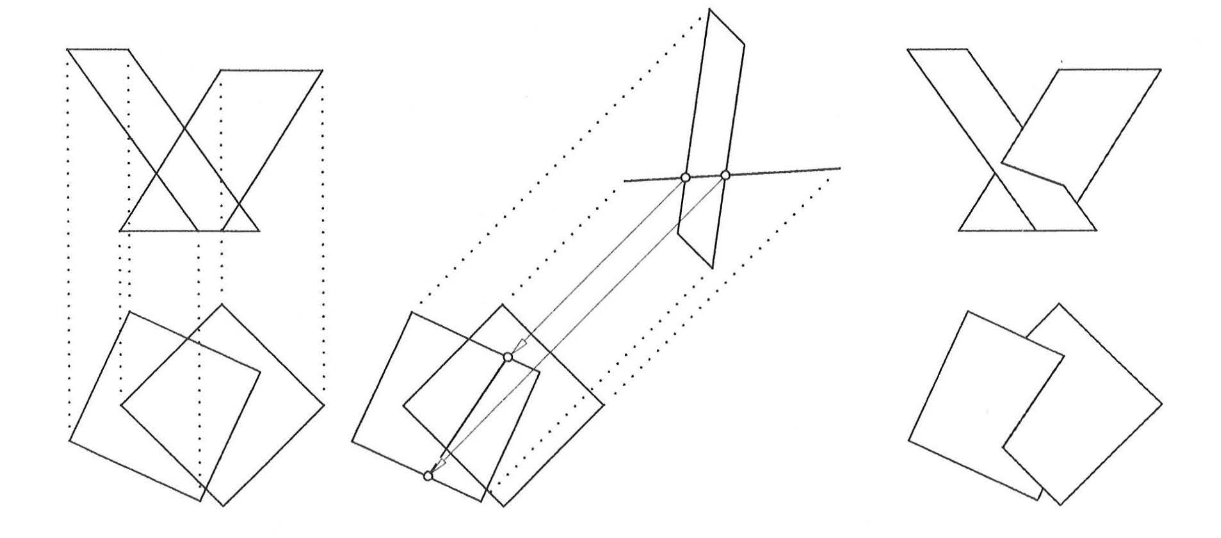
1. Tomamos una recta de uno de los planos y hallamos su intersección con el otro.

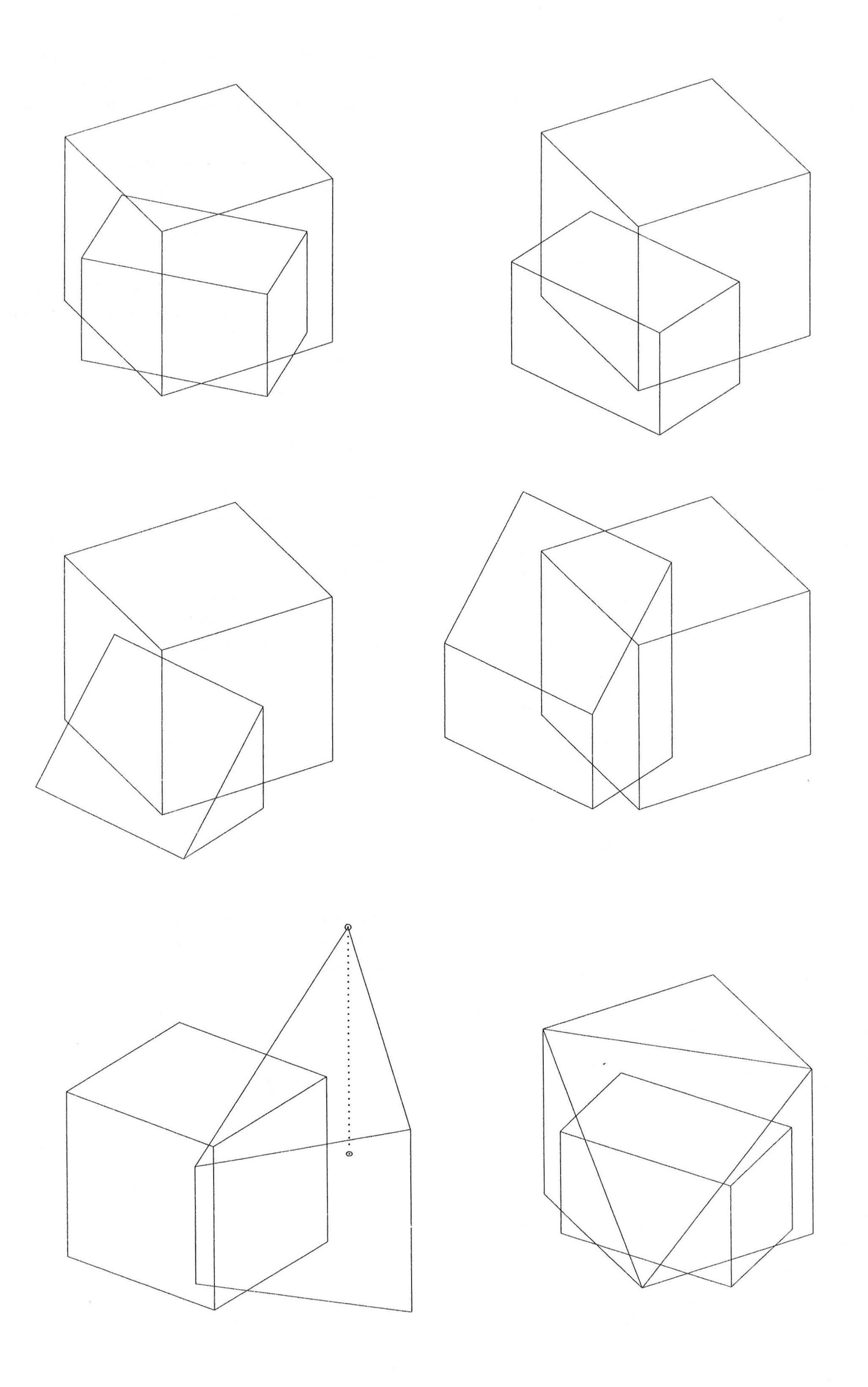
2. Repetimos el proceso con otra recta.

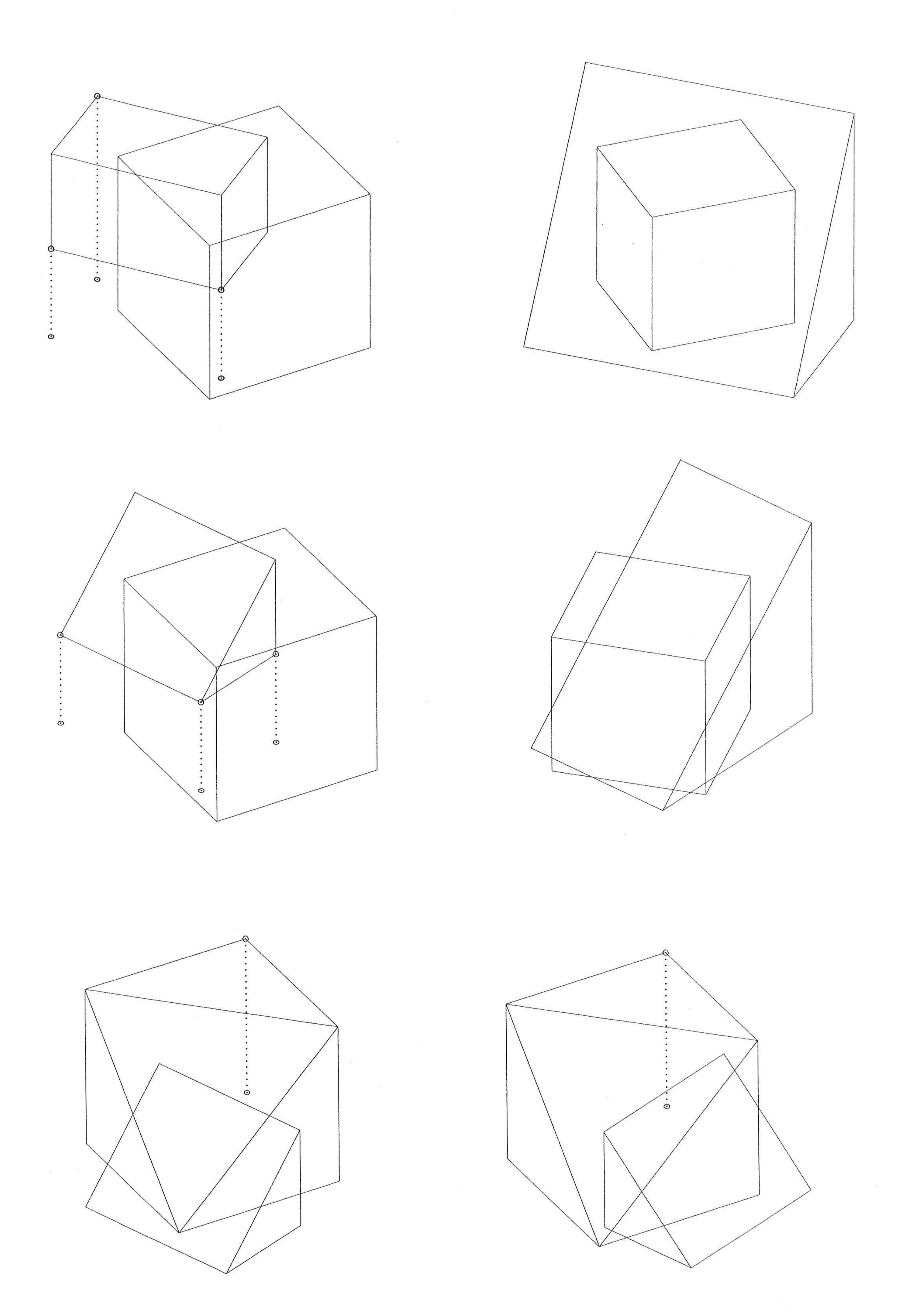
2b. Alternativamente, podemos usar el punto de intersección de sus trazas, ya que la intersección de dos planos ha de pasar por la intersección de sus trazas.

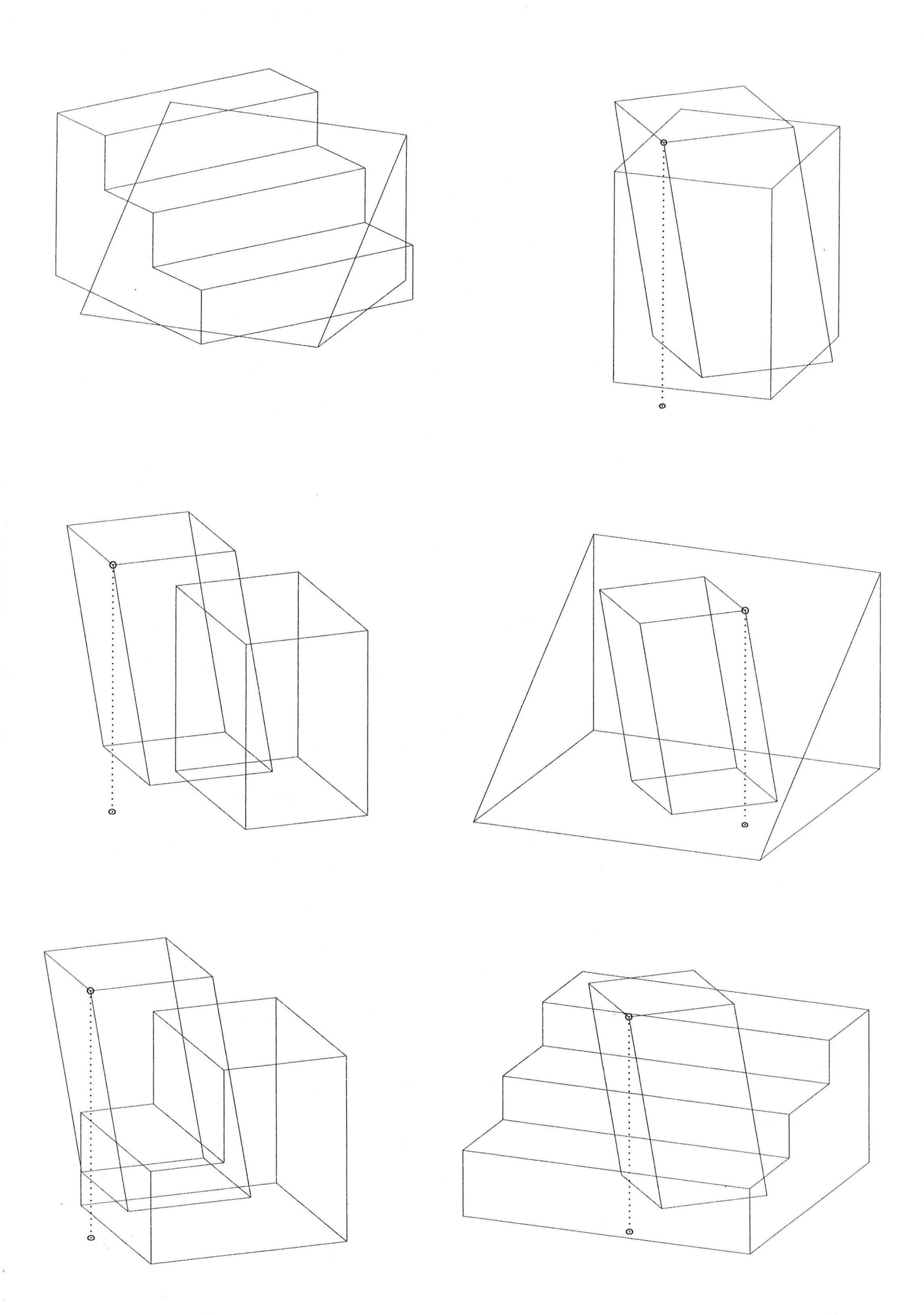
Otro modo de encontrar puntos de la intersección es (generalizando 2b) cortar ambos planos por un tercer plano auxiliar, generando sendas rectas que (coplanarias) se han de cortar. Usar este método tiene sentido si las intersecciones con ese plano auxiliar son fáciles de determinar, ya sea porque tengamos alguna información previa sobre ellas o porque tomemos un plano proyectante, etc.

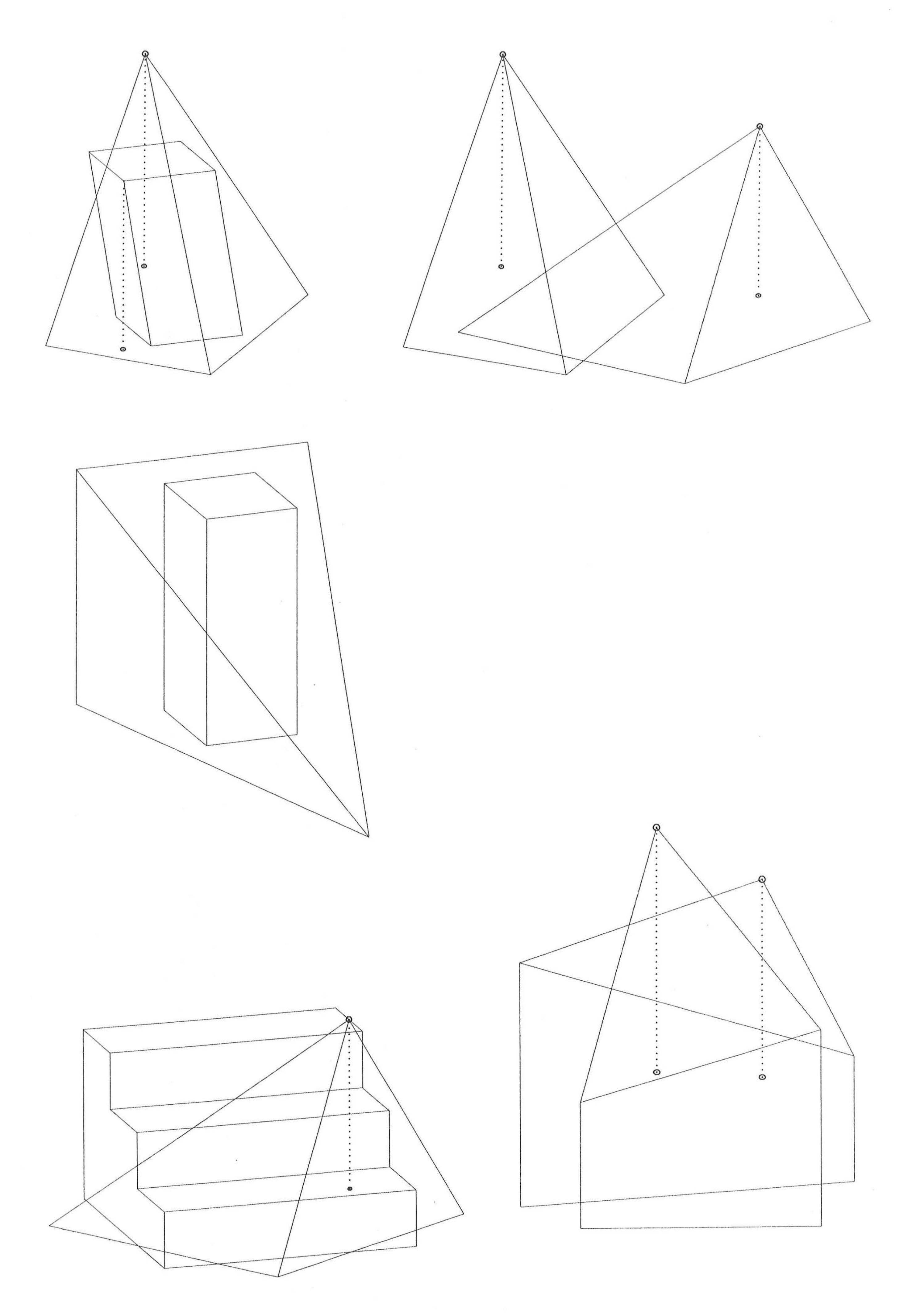
- En diédrico podemos usar la misma táctica o utilizar otros recursos, como por ejemplo un cambio de proyección en que uno de los planos quede de canto.

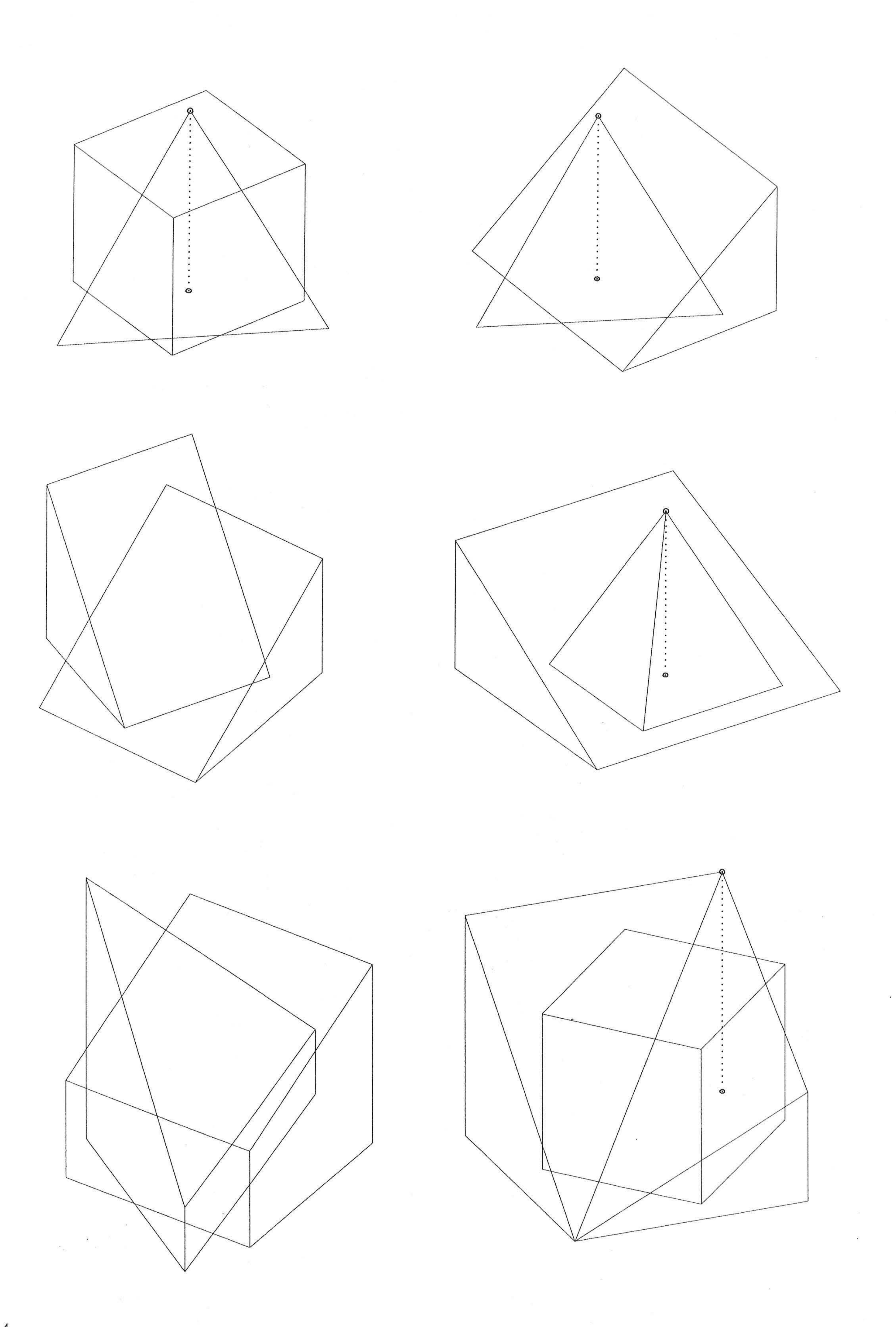


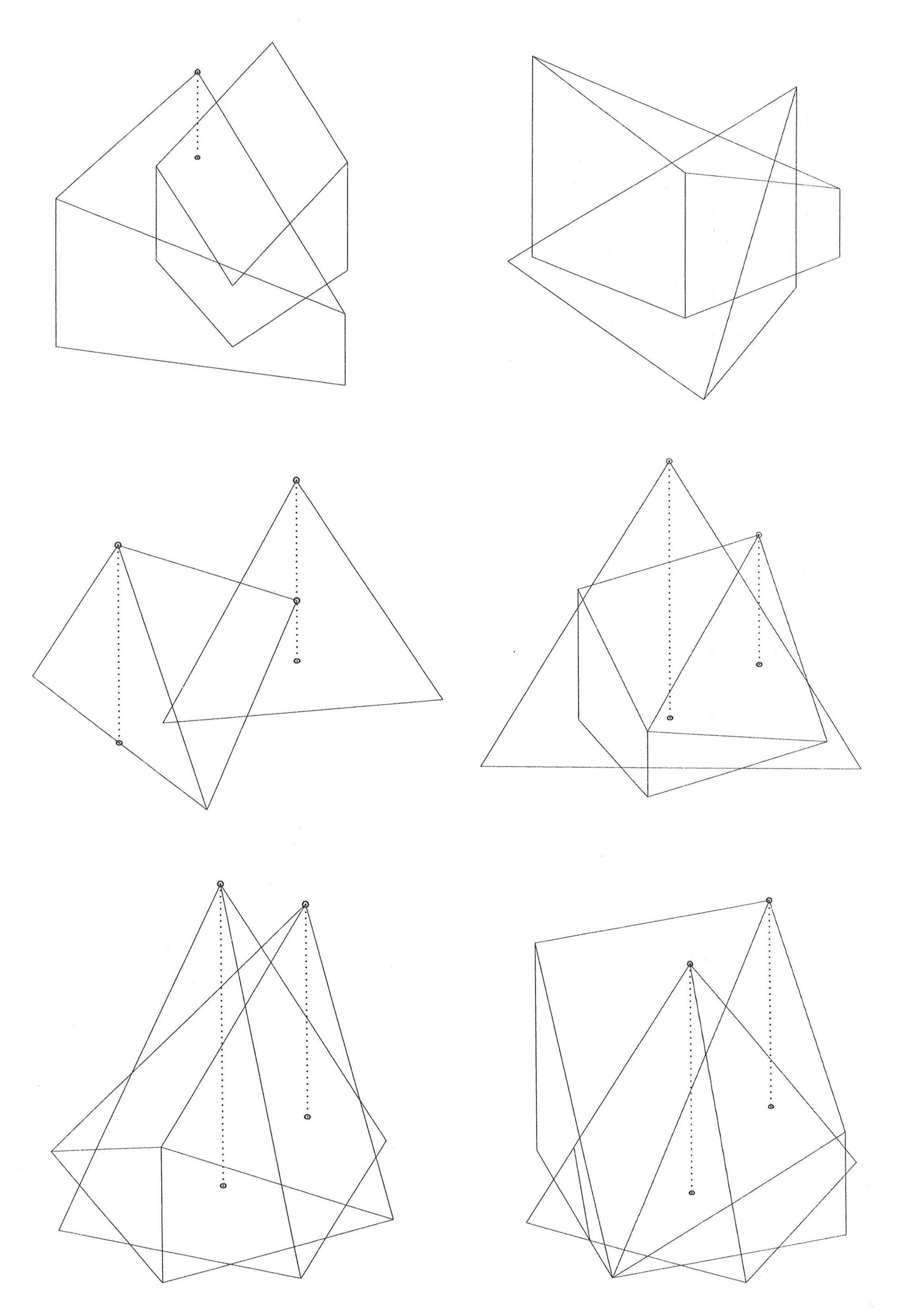


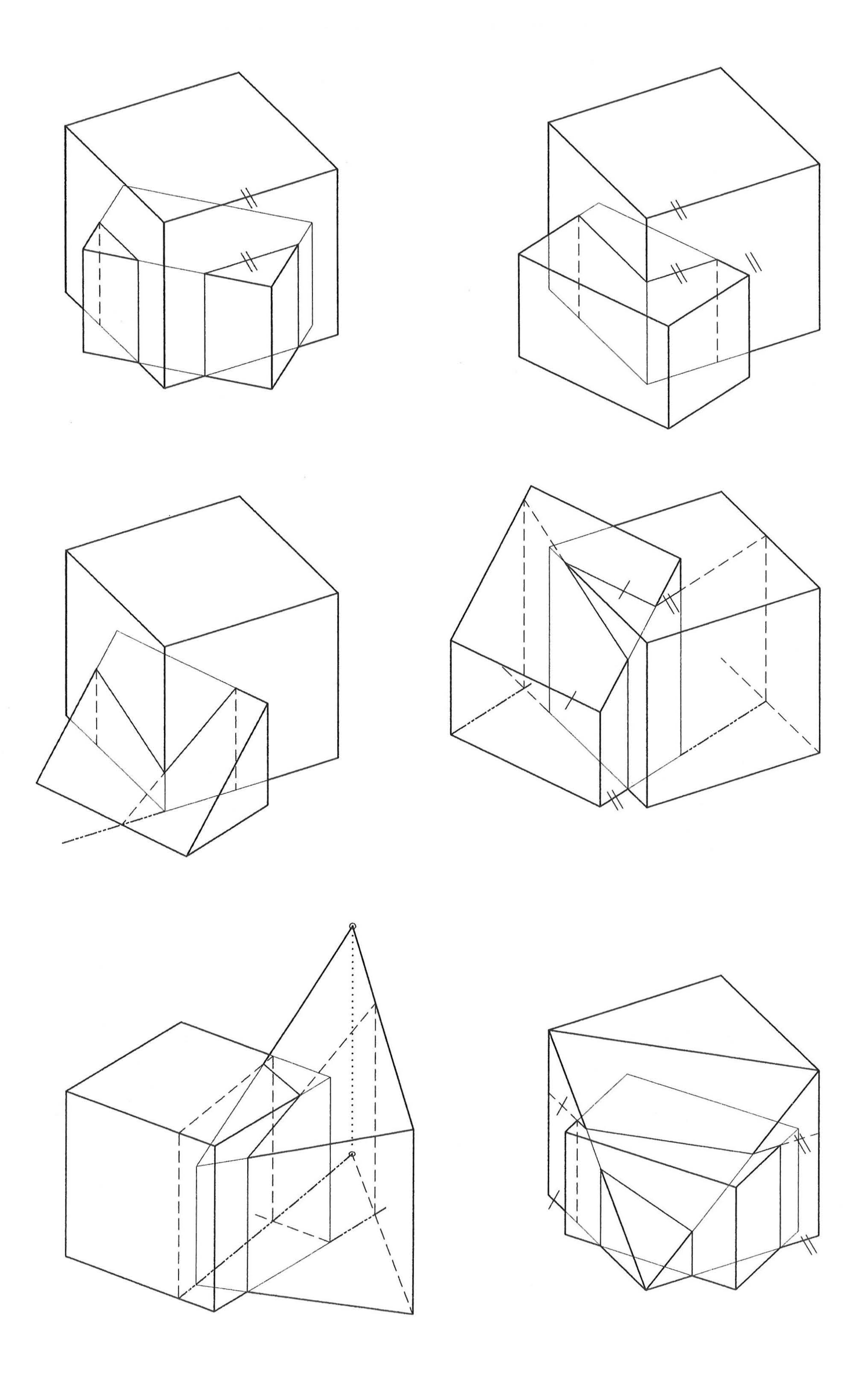


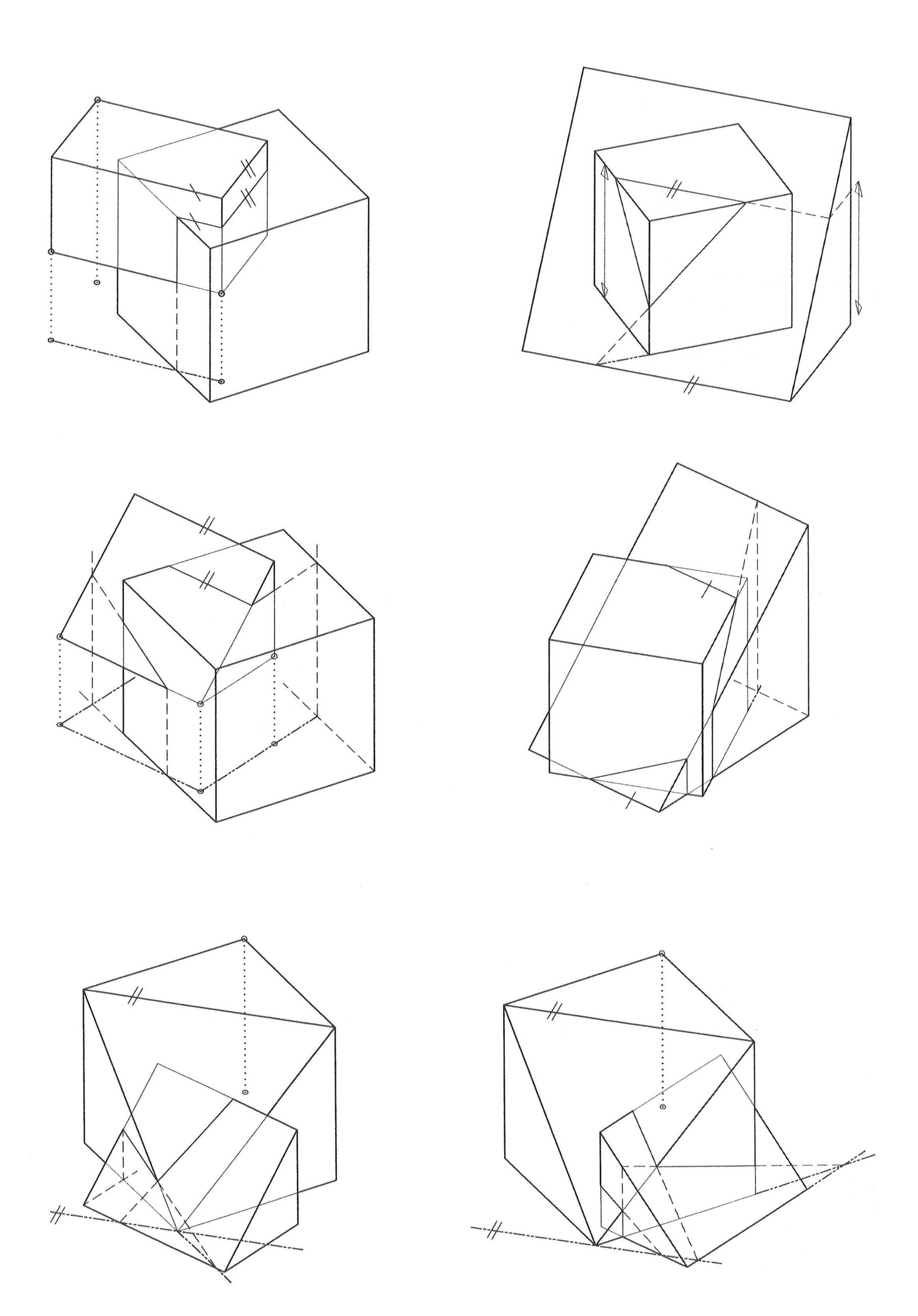


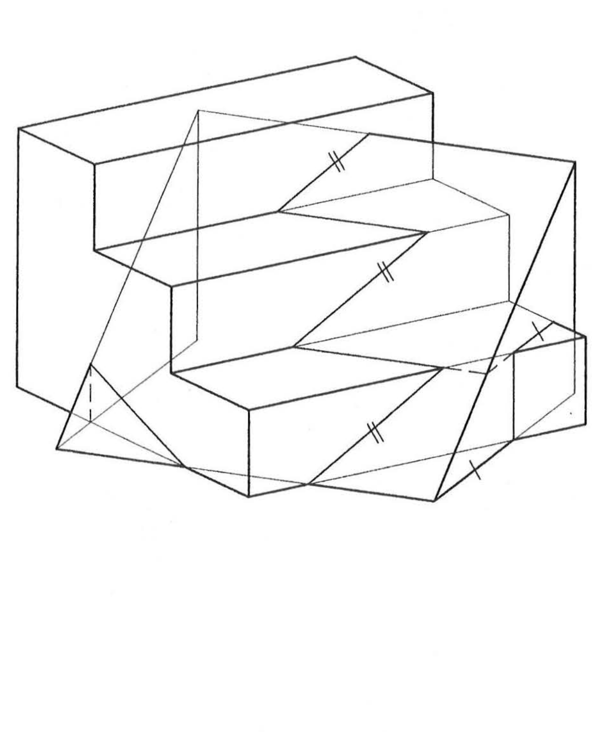
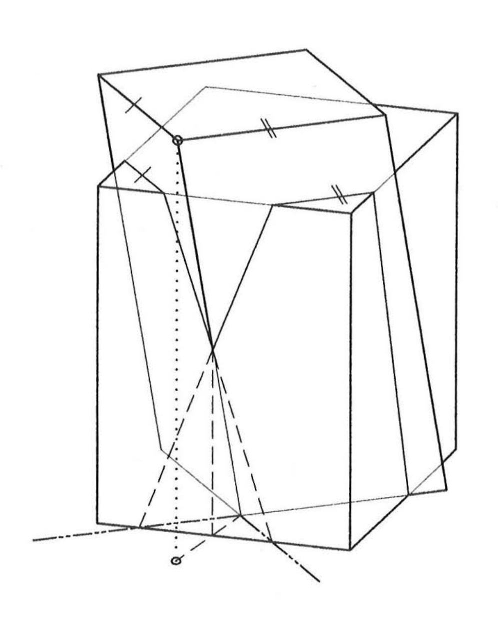
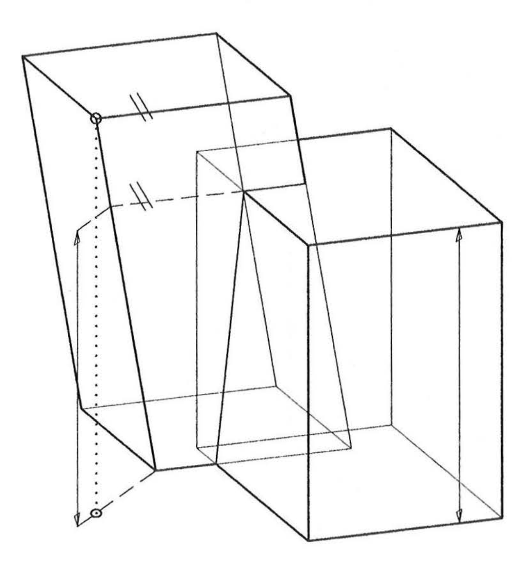
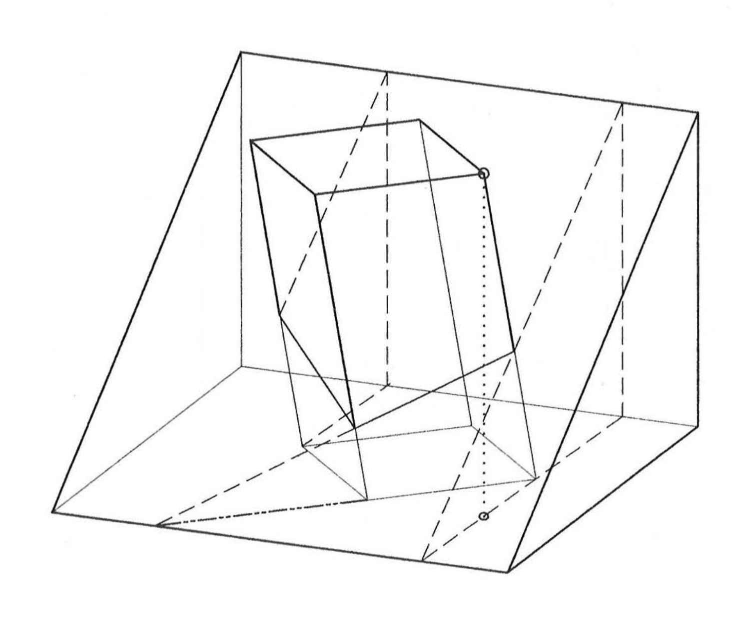
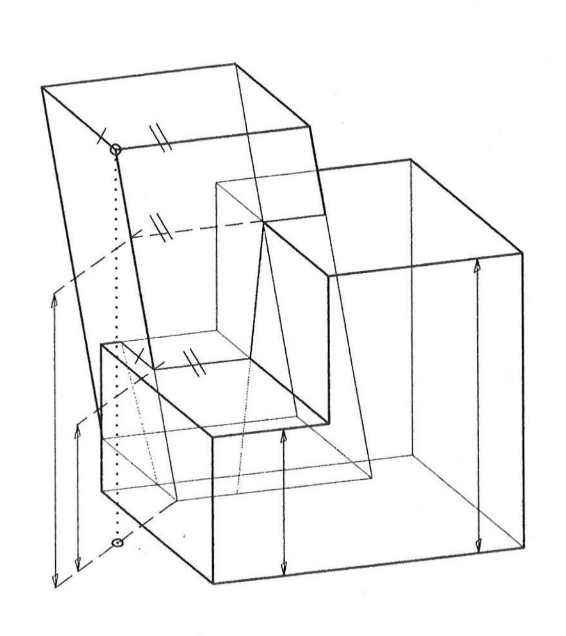
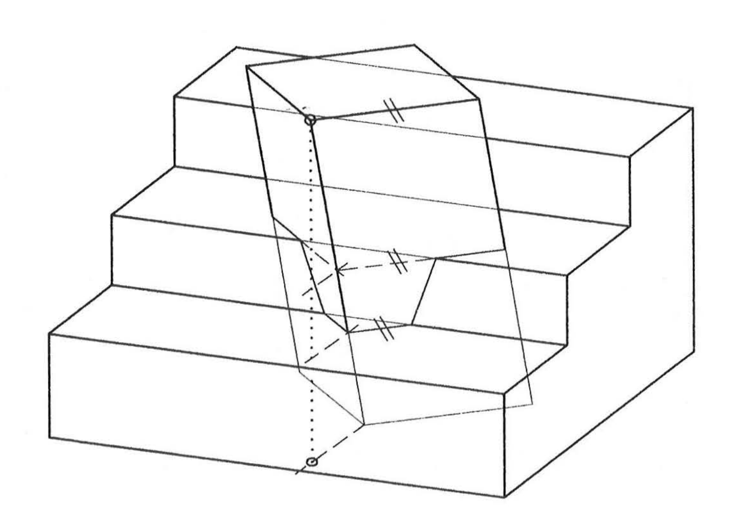


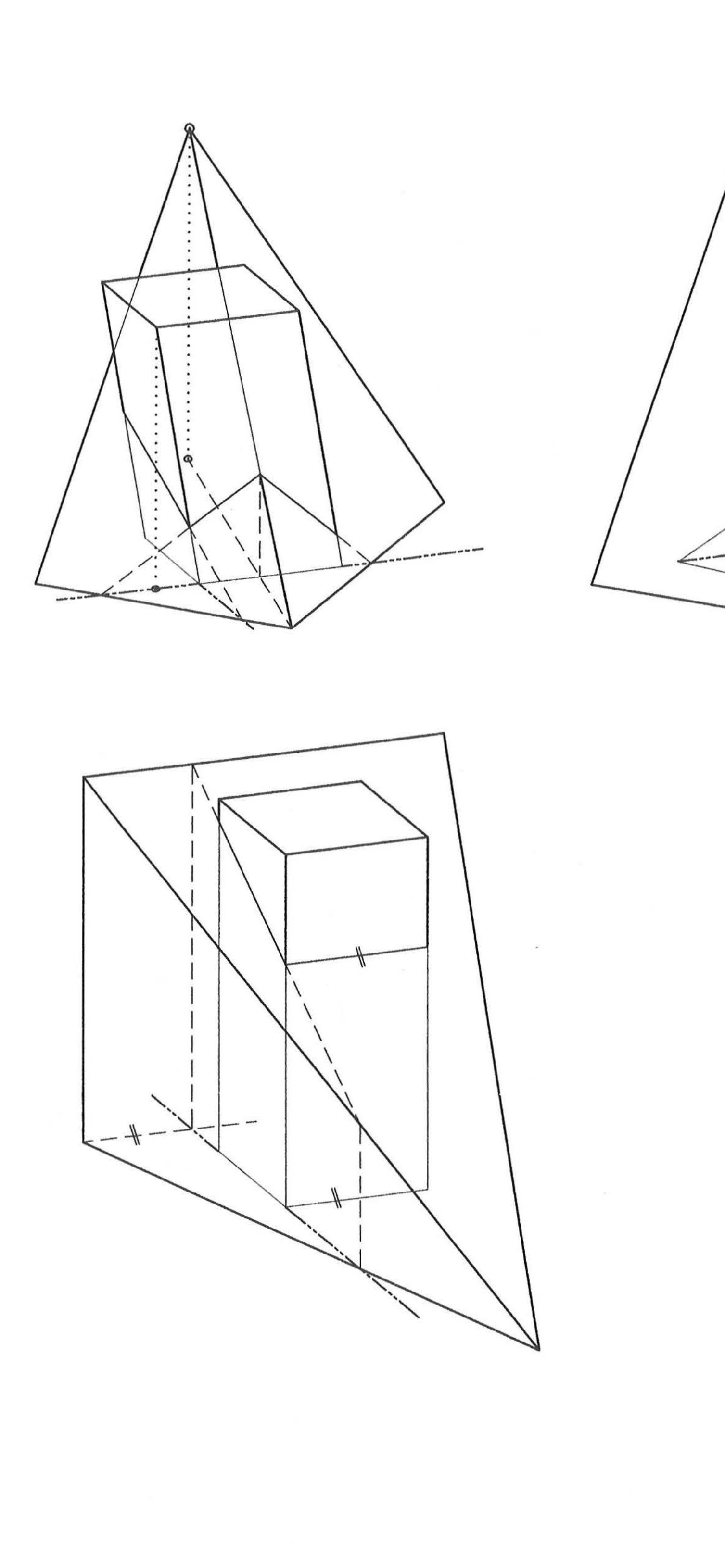


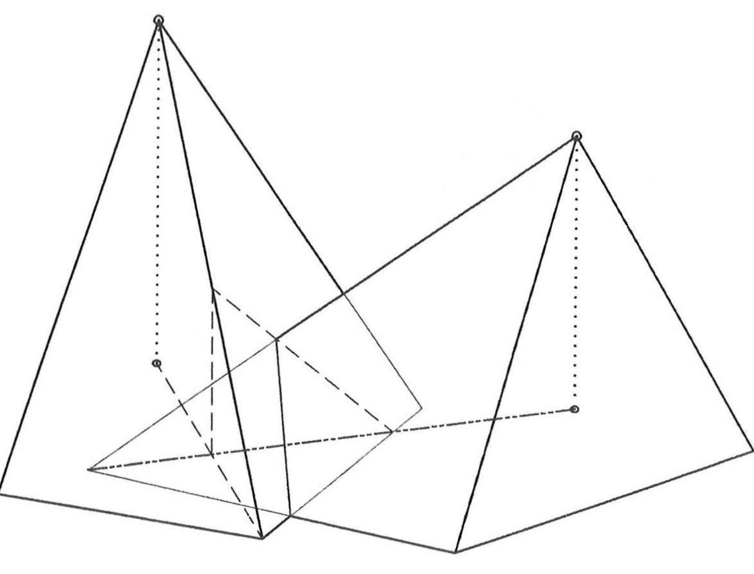


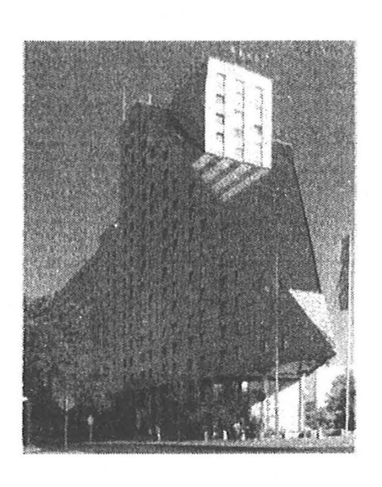




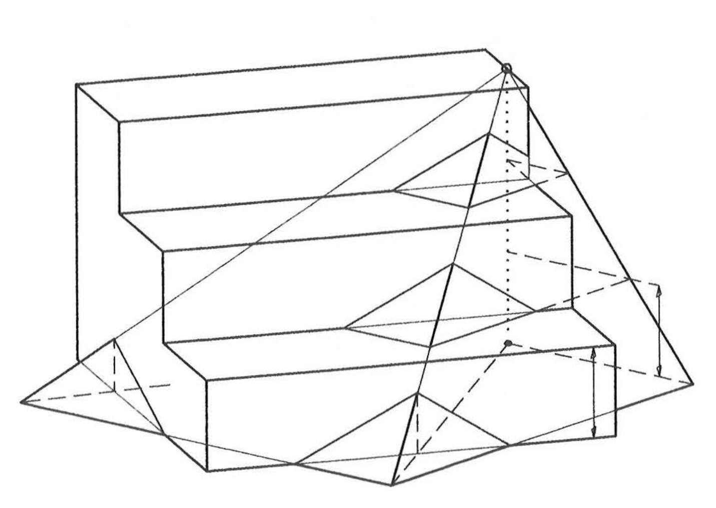


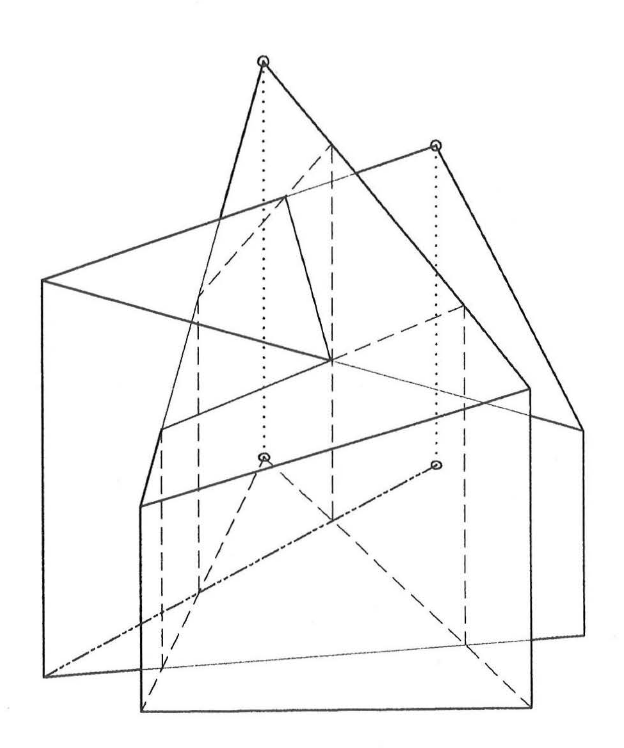


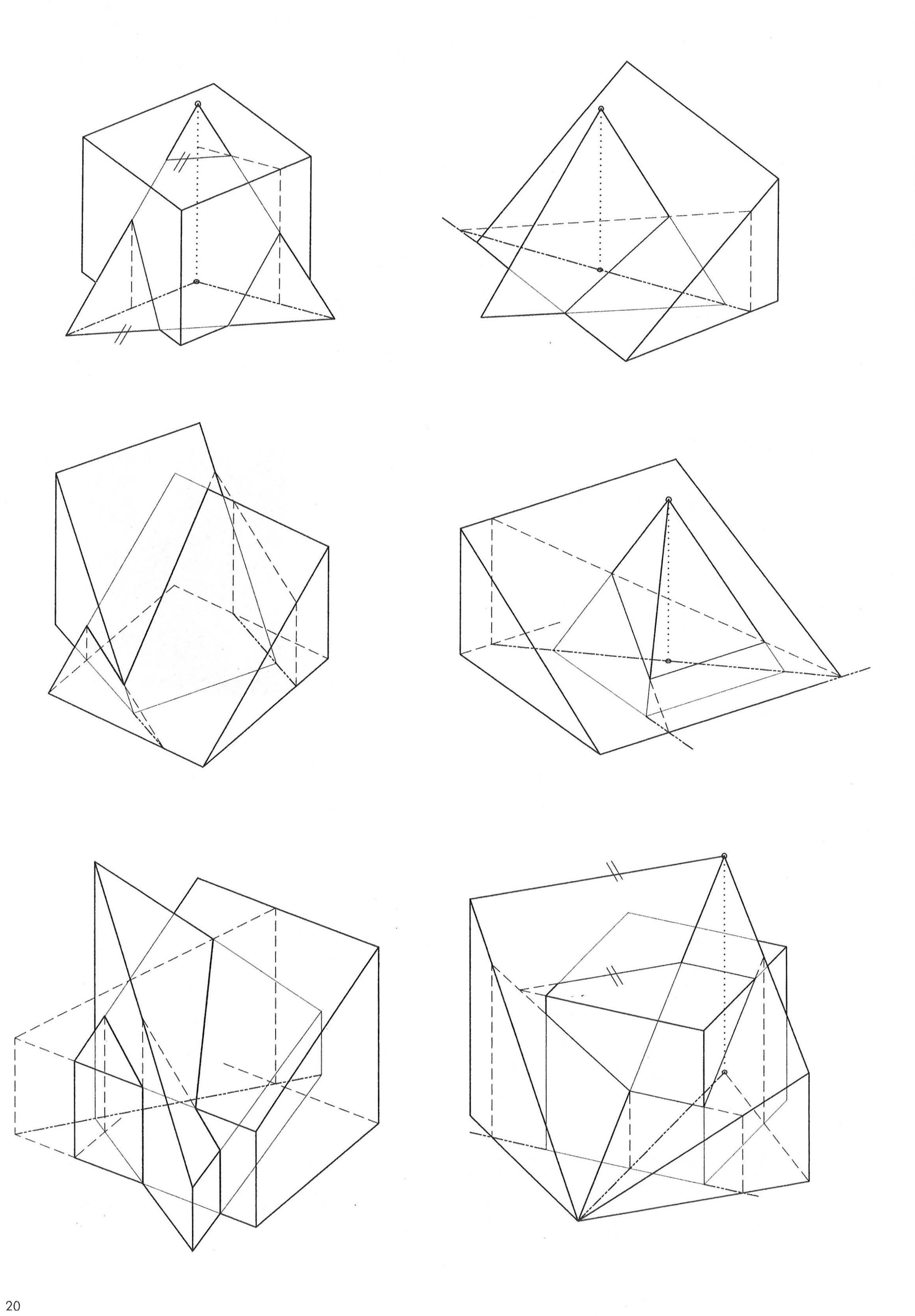


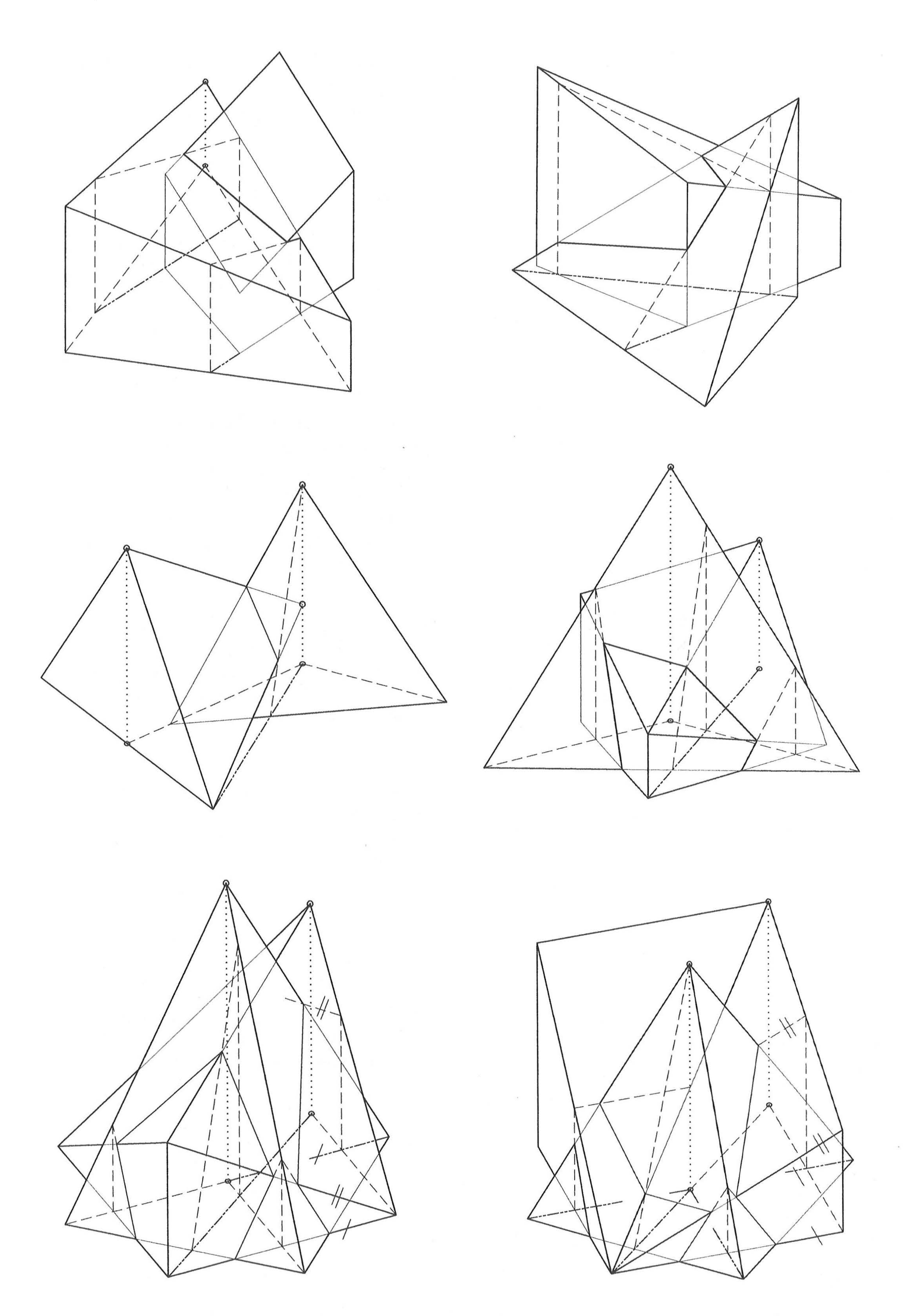
ESTREL RESIDENCE HOTEL

Sonnenallee 225, Berlin-Neukölln
arch: Hennes + Tilemann, Bonn
1994-95



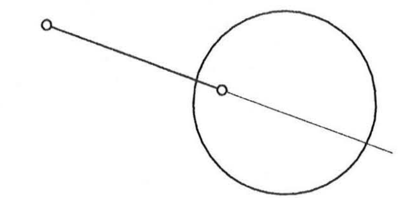






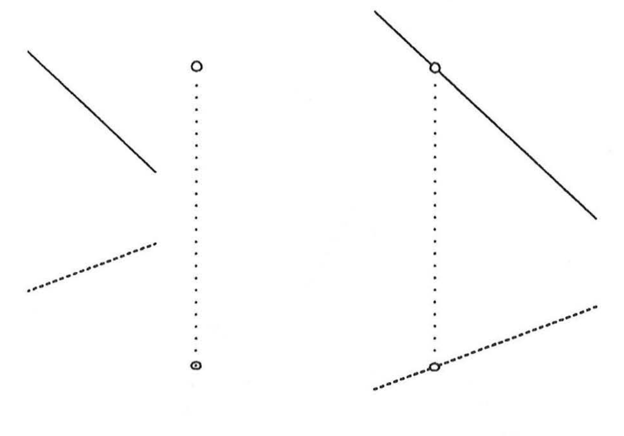
SOMBRAS

Una sombra es una intersección

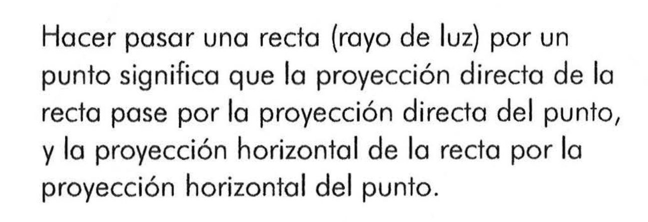


□ SOMBRA DE UN PUNTO

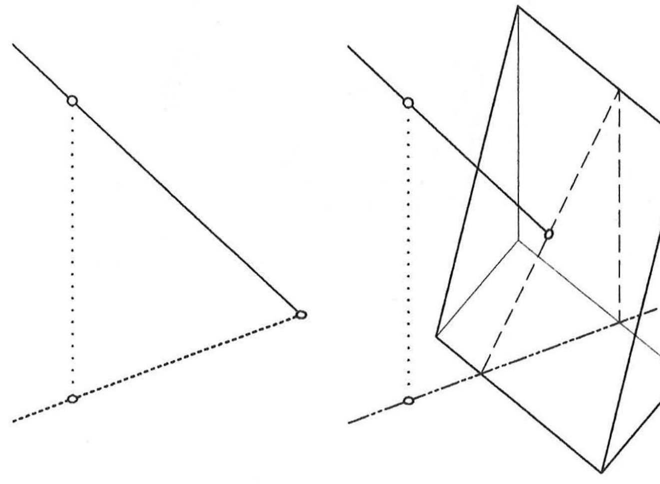
La sombra de un punto sobre una superficie es la intersección del rayo de luz que pasa por ese punto (una recta) con la superficie.



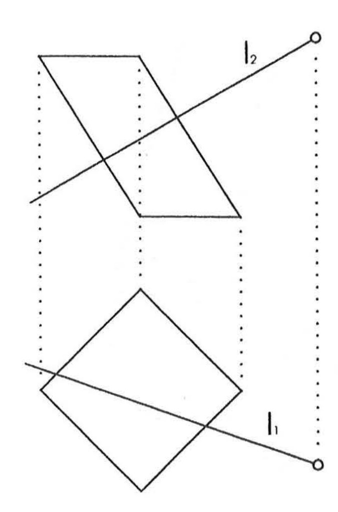
□ En axonométrica, para identificar con precisión un elemento necesitamos más información que su proyección directa. Normamente conocemos, o podemos hallar fácilmente, las proyecciones horizontales (bueno, *la imagen de las proyecciones sobre un plano horizontal de referencia*).

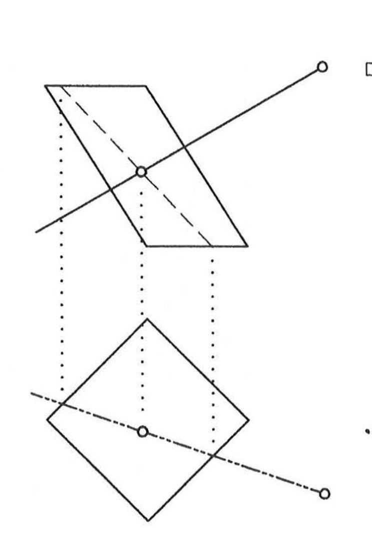


Hacer pasar una recta (rayo de luz) por un punto significa que la proyección directa de la recta pase por la proyección directa del punto, y la proyección horizontal de la recta por la proyección horizontal del punto.



Tenemos así inmediatamente definido el plano vertical que contiene al rayo de luz, con lo que será fácil hallar su intersección con otros elementos.





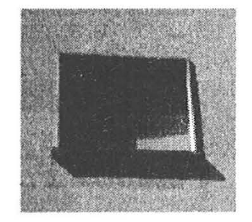
□ En diédrico, llevaríamos las proyecciones (horizontal y vertical) de la dirección de la luz sobre las proyecciones homónimas del punto, etc.

□ SOMBRA DE UNA RECTA

Si hacemos pasar por cada punto de una recta un rayo de luz, generamos un plano de luz (o de sombra). La intersección de este plano con otro elemento es la sombra que la recta arroja sobre ese otro elemento.

□ Como la intersección de dos planos es una recta, la SOMBRA QUE UNA RECTA ARROJA SOBRE UN PLANO es otra RECTA.

Teniendo esto en cuenta, podemos hallar la sombra que un punto de la recta arroja sobre el plano, luego la de otro, y "unirlas" (sabemos que la recta que pase por ambos puntos de sombra es la sombra arrojada que buscamos).



□ Algunas observaciones pueden ahorrarnos mucho trabajo ...

— La sombra de una recta sobre un plano pasa por el punto de intersección de la recta con el plano.

— (...si ese punto de intersección es impropio...) Si una recta es paralela a un plano, la sombra que la recta arroja sobre el plano es otra recta paralela a ella.

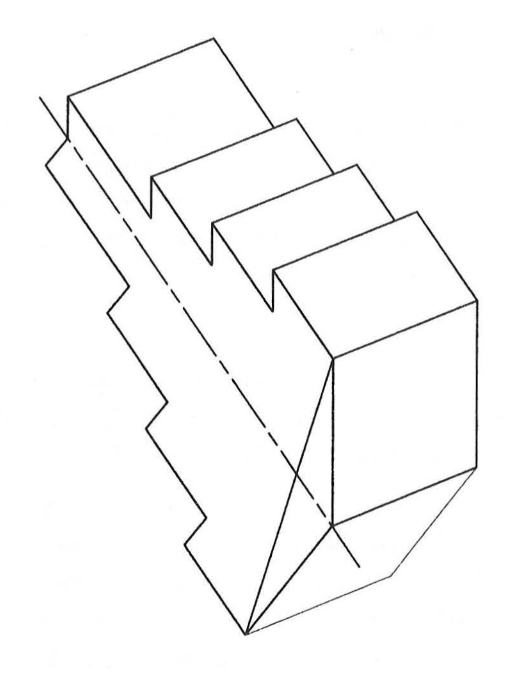
□ Con rayos de luz en la misma dirección (foco impropio o luz paralela):

— La sombra de una recta vertical sobre planos horizontales lleva la dirección de la proyección horizontal de la luz.

— Las sombras de dos rectas paralelas sobre cualquier plano son también paralelas entre sí.

— Las sombras de una misma recta sobre planos paralelos entre sí tienen la misma dirección.

— De modo que rectas paralelas dan sombras paralelas sobre planos paralelos.



AFINIDAD Y SOMBRA

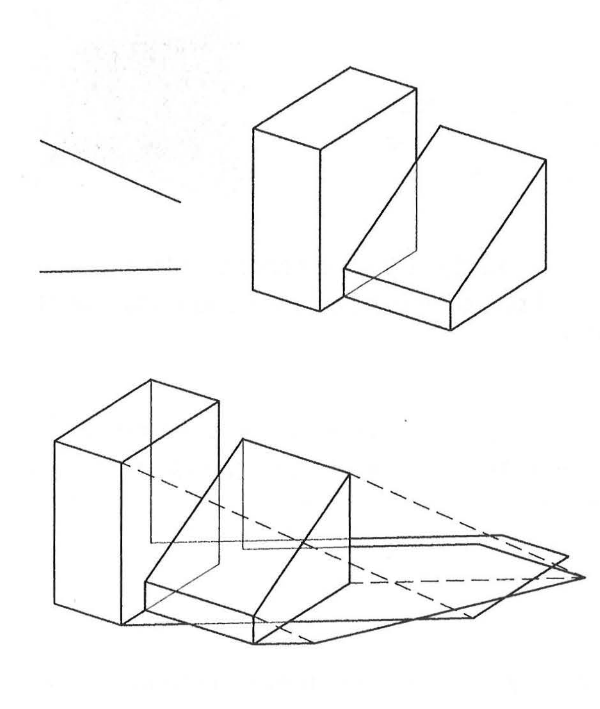
Las figuras contenidas en un plano y su sombra sobre otro plano son afines.

El eje de afinidad es la recta intersección de ambos planos.

Recordemos que si conocemos dos puntos afines y el eje de afinidad podemos hallar el afín de cualquier otro punto considerando:

(a) que un punto y su afín están alineados en la dirección de afinidad, y

(b) que rectas afines se cortan en el eje.

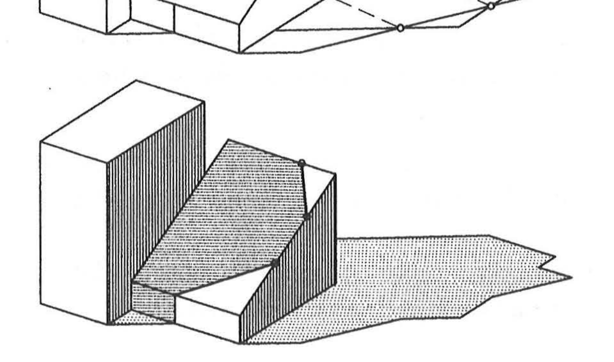


CONTRAPROYECCIÓN

Para hallar la sombra de un sólido sobre otro a veces resulta útil recurrir a la contraproyección:

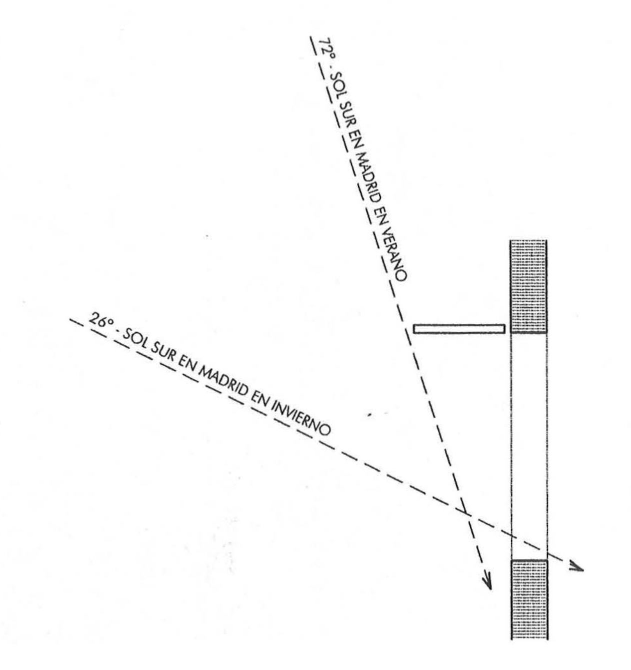
1. Proyectamos la sombra de ambos objetos sobre un plano horizontal de referencia.

2. Localizamos los puntos de intersección de las sombras arrojadas de las aristas.



3. Si retrocedemos, a partir de esos puntos, con la dirección de la luz, encontraremos qué partes del segundo objeto están recibiendo sombra del primero.

☐ SOL Y SOMBRA



También contraproyectando con la dirección de la luz a partir de una sombra deseada (el perímetro de un hueco que deseamos proteger del sol, por ejemplo) podemos determinar qué superficie necesitamos para arrojar esa sombra.

A menudo interesará dejar entrar el sol en invierno pero evitarlo en verano. En los huecos a sur es fácil proyectar elementos horizontales que lo permitan. Con orientaciones oeste, donde el sol llega oblícuamente, necesitaremos otro tipo de elementos.

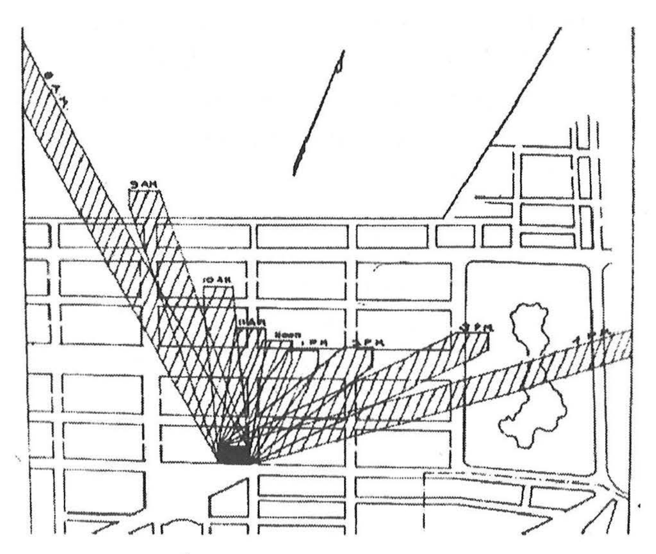
Cada edificio tendrá su particular orientación, entorno climático, nivel de radiación, etc. y necesitará que ponderemos la importancia de controlar la incidencia del sol.

En ocasiones no interesará protegerse del sol sino todo lo contrario; por ejemplo, al ubicar paneles solares para agua caliente sanitaria.

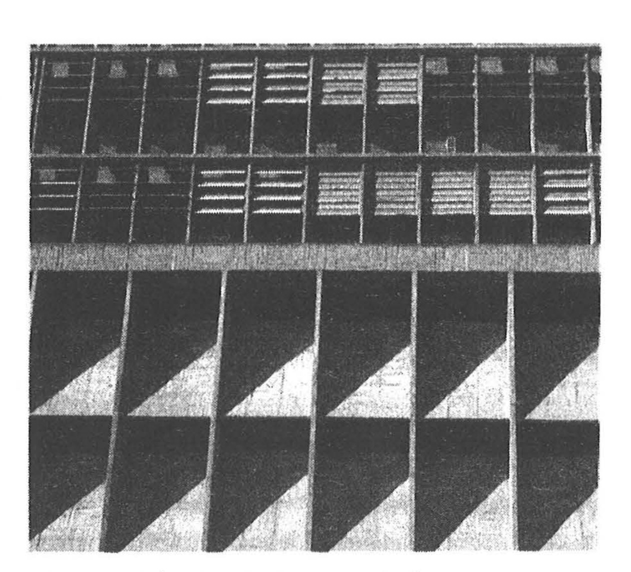
Muchos programas de diseño incorporan algoritmos que proporcionan bastante aceptablemente la dirección del sol en el lugar, fecha y hora que el usuario solicite. Algunas universidades disponen de calculadoras solares on line donde podemos corroborar o ajustar esta información, aparte de las fuentes bibliográficas tradicionales.



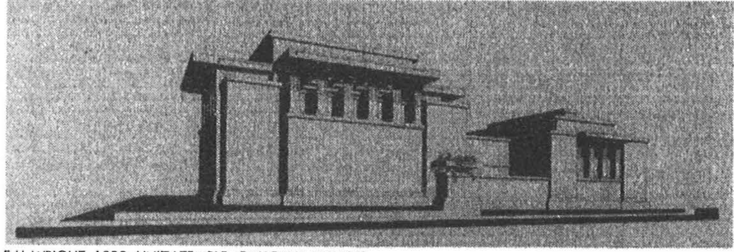
RADIACIÓN SOLAR, MEDIA DIARIA EN JULIO (kWh/m2)

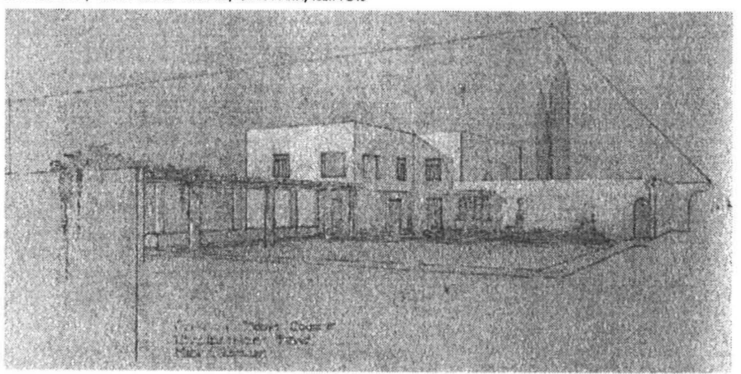


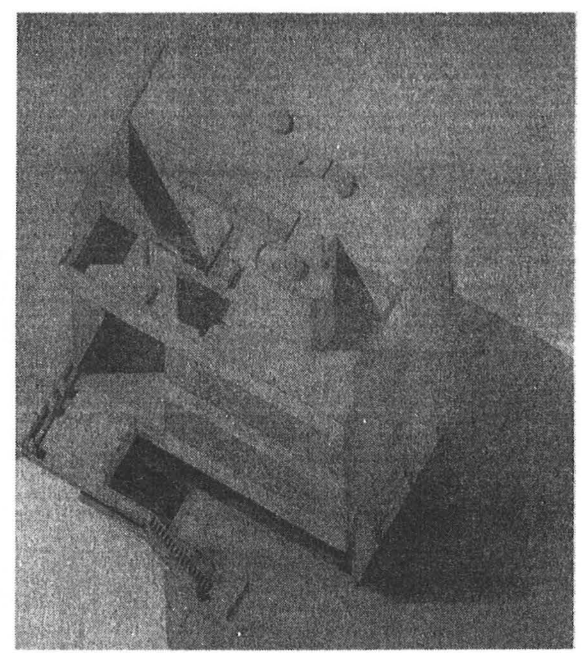
ESTUDIO DE OBSTRUCCIÓN SOLAR DE RASCACIELOS EN BOSTON (ATKINSON, 1904)



FACULTAD DE BIOLÓGICAS, MADRID (F. MORENO BARBERÁ, 1969)


F.LL.WRIGHT, 1929: UNITY TEMPLE, OAK PARK, ILLINOIS


IRVING GILL, 1912: F.C. O'KELLY RESIDENCE


LE CORBUSIER, 1927: VILLA STEIN

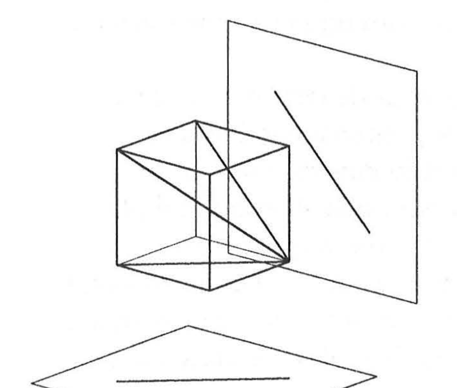
□ SOMBRAS COMO RECURSO GRÁFICO

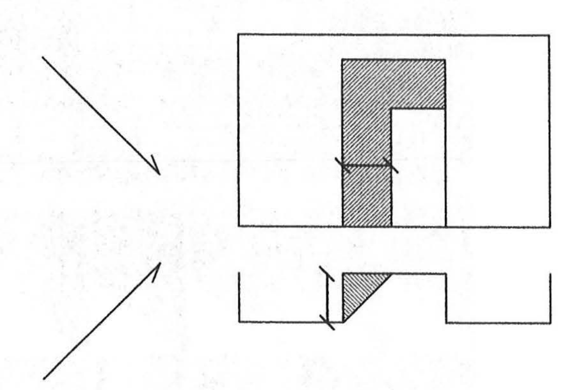
Dibujar las sombras cuando se representa un edificio puede ayudar a explicar eficazmente su forma y a evitar ambigüedades.

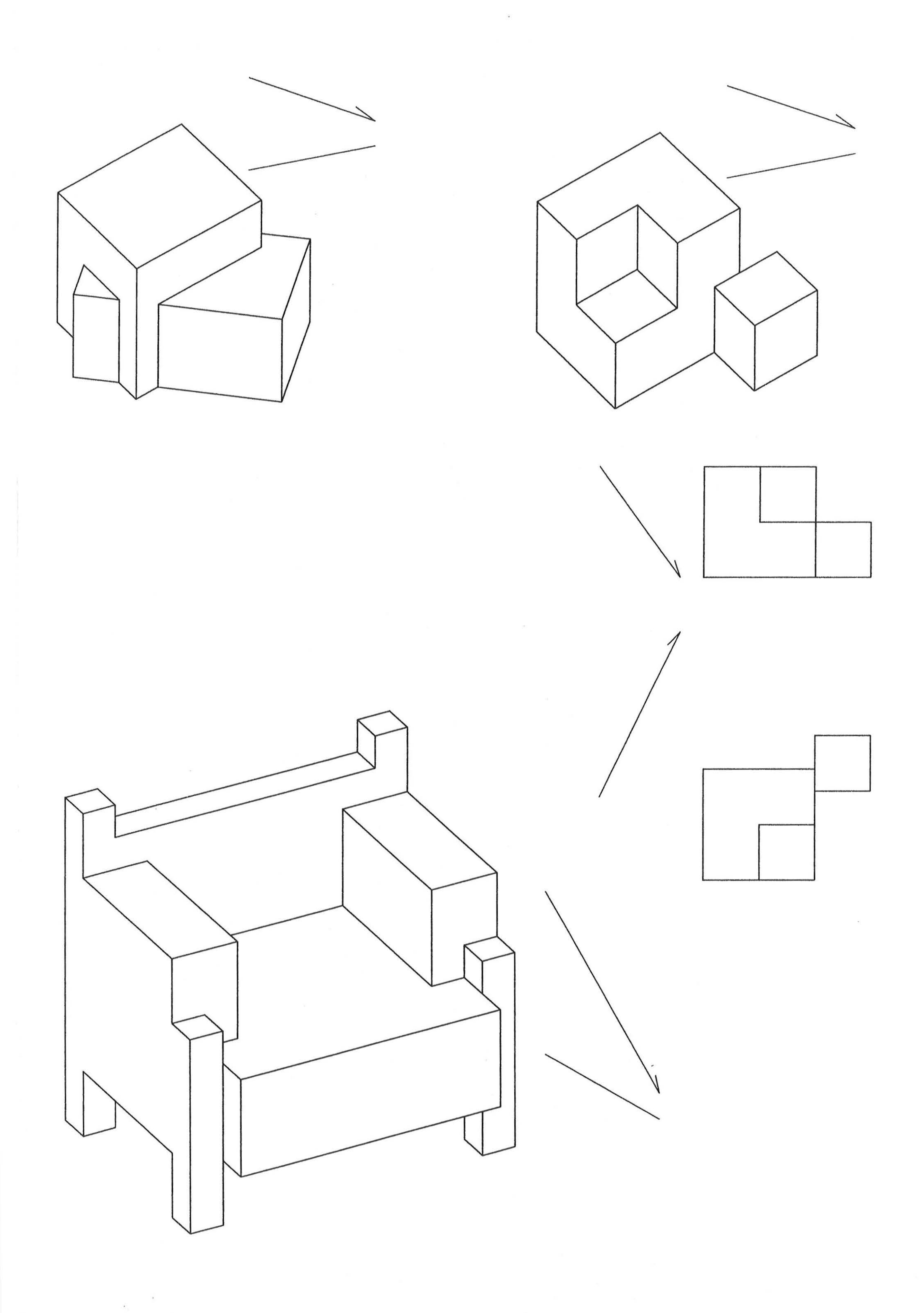
A menudo se usan para indicar las alturas en una planta, o las dimensiones en profundidad en un alzado.

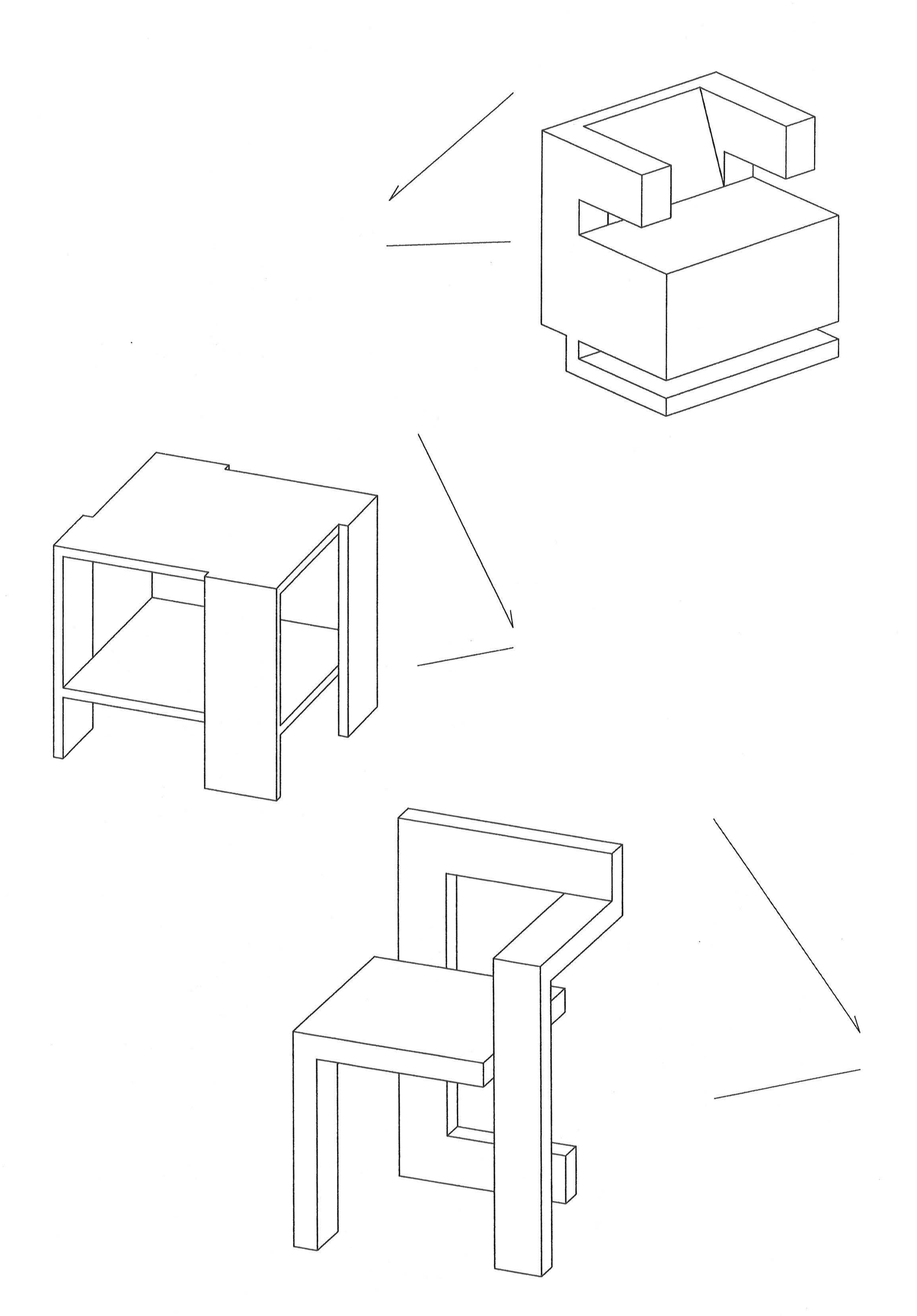
La fórmula estándar en estos casos es suponer que la dirección de los rayos solares es paralela a la diagonal de un cubo, de manera que tanto en planta como en alzado las proyecciones de la dirección de la luz forman 45° con las rectas perpendiculares al plano del cuadro.

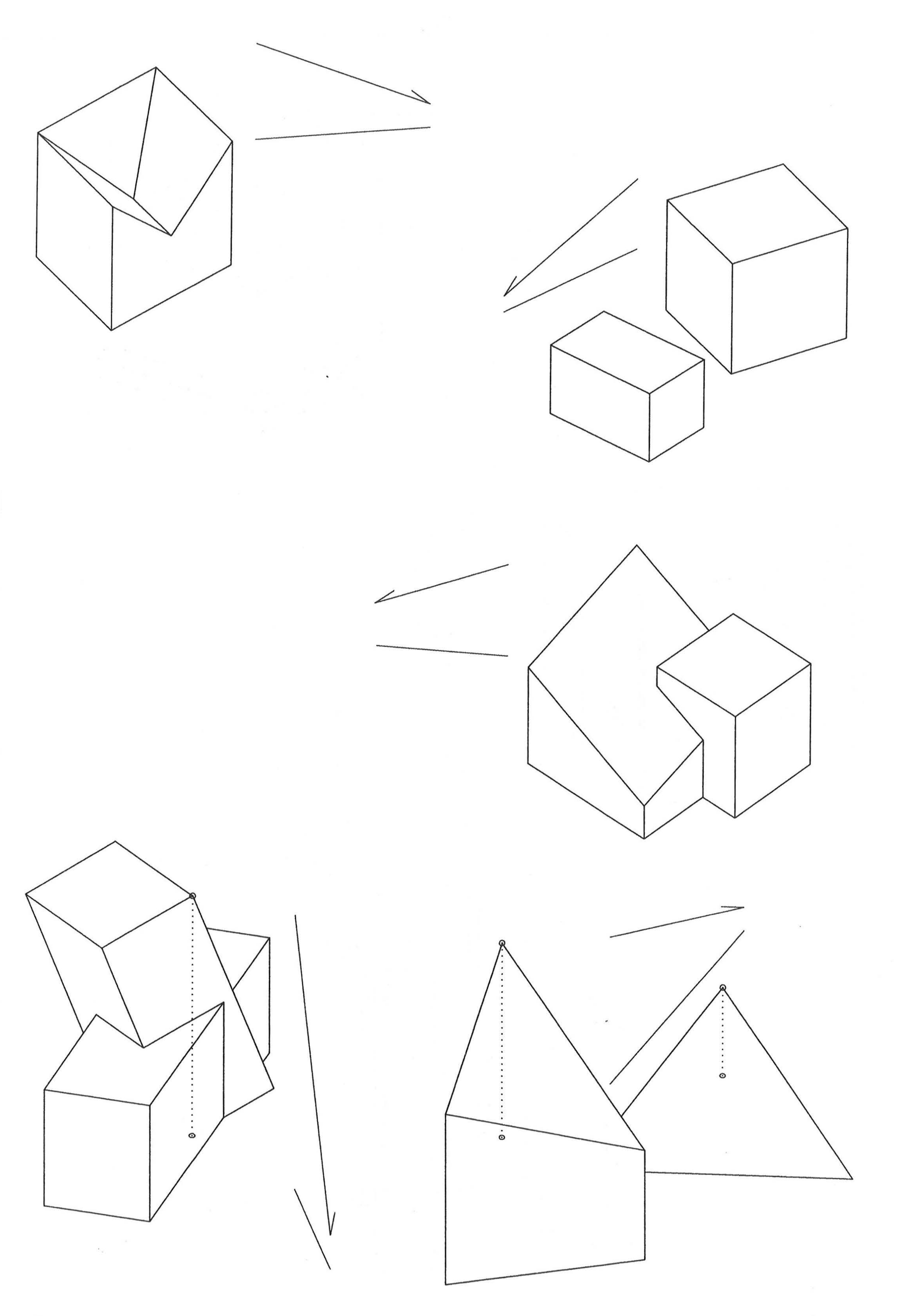
Así, un rectángulo vertical -u horizontal- de canto, cuya profundidad no vemos en alzado, arroja una sombra que sí vemos, tan ancha como profundo sea el rectángulo de canto.

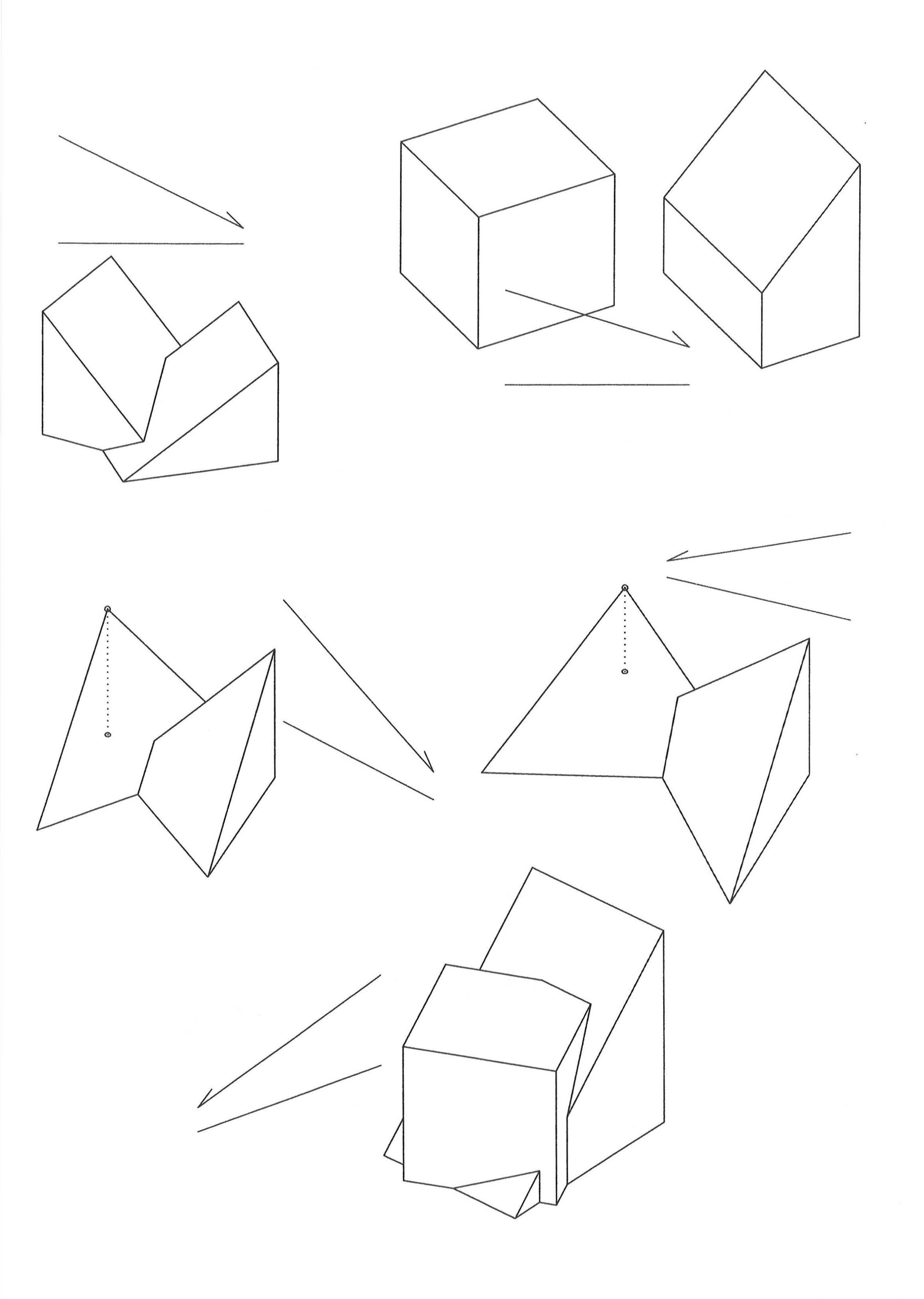


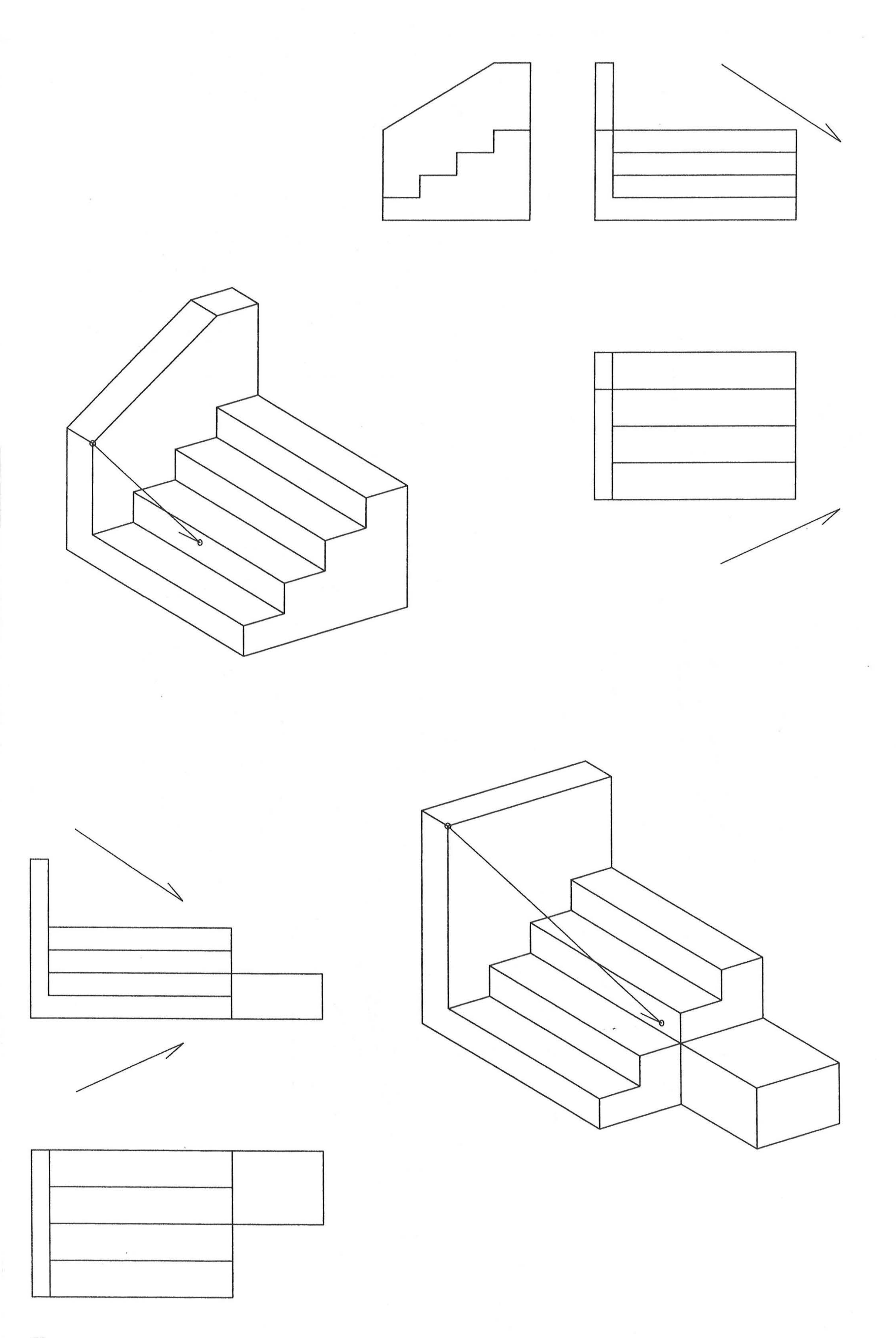


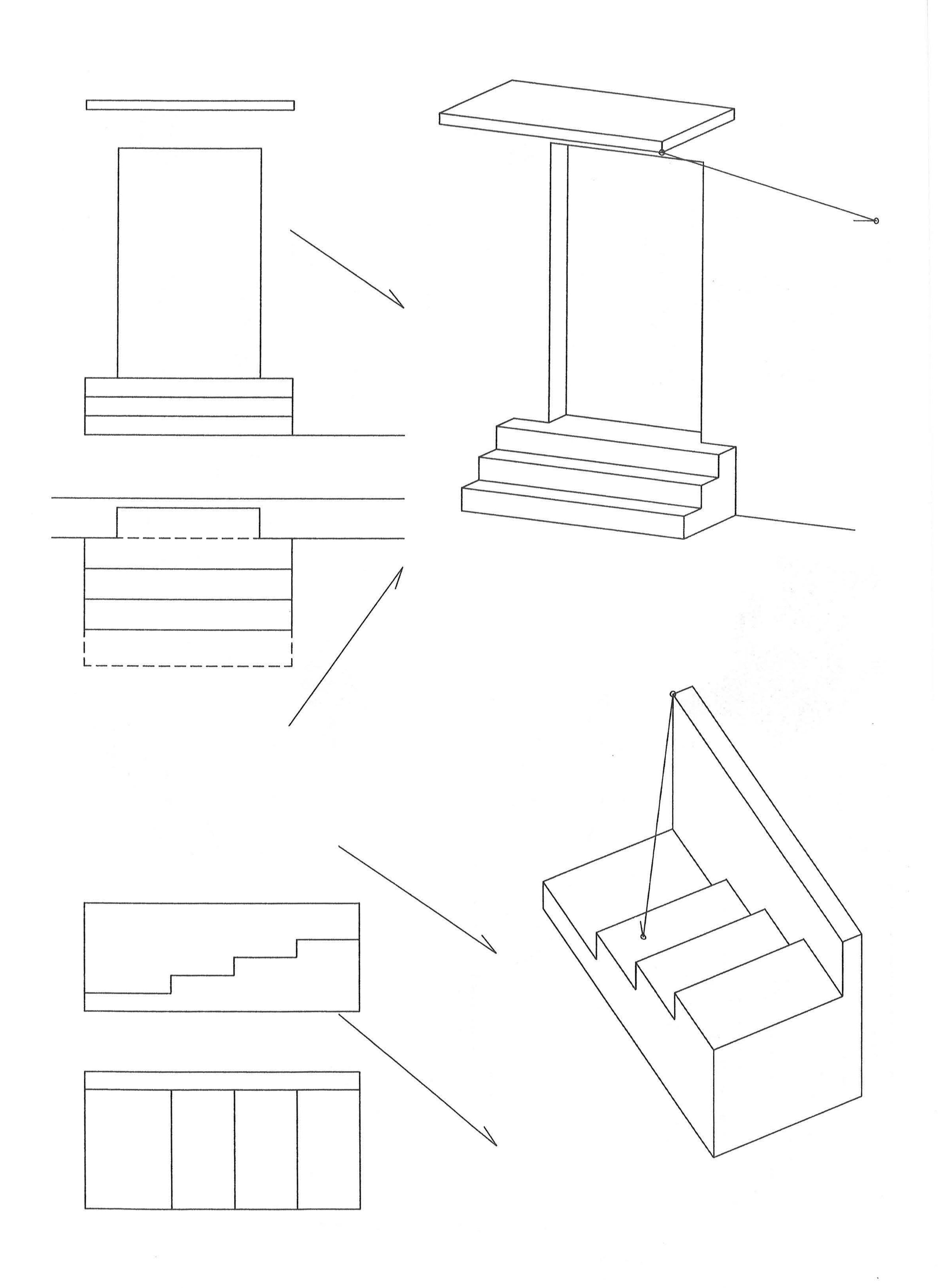


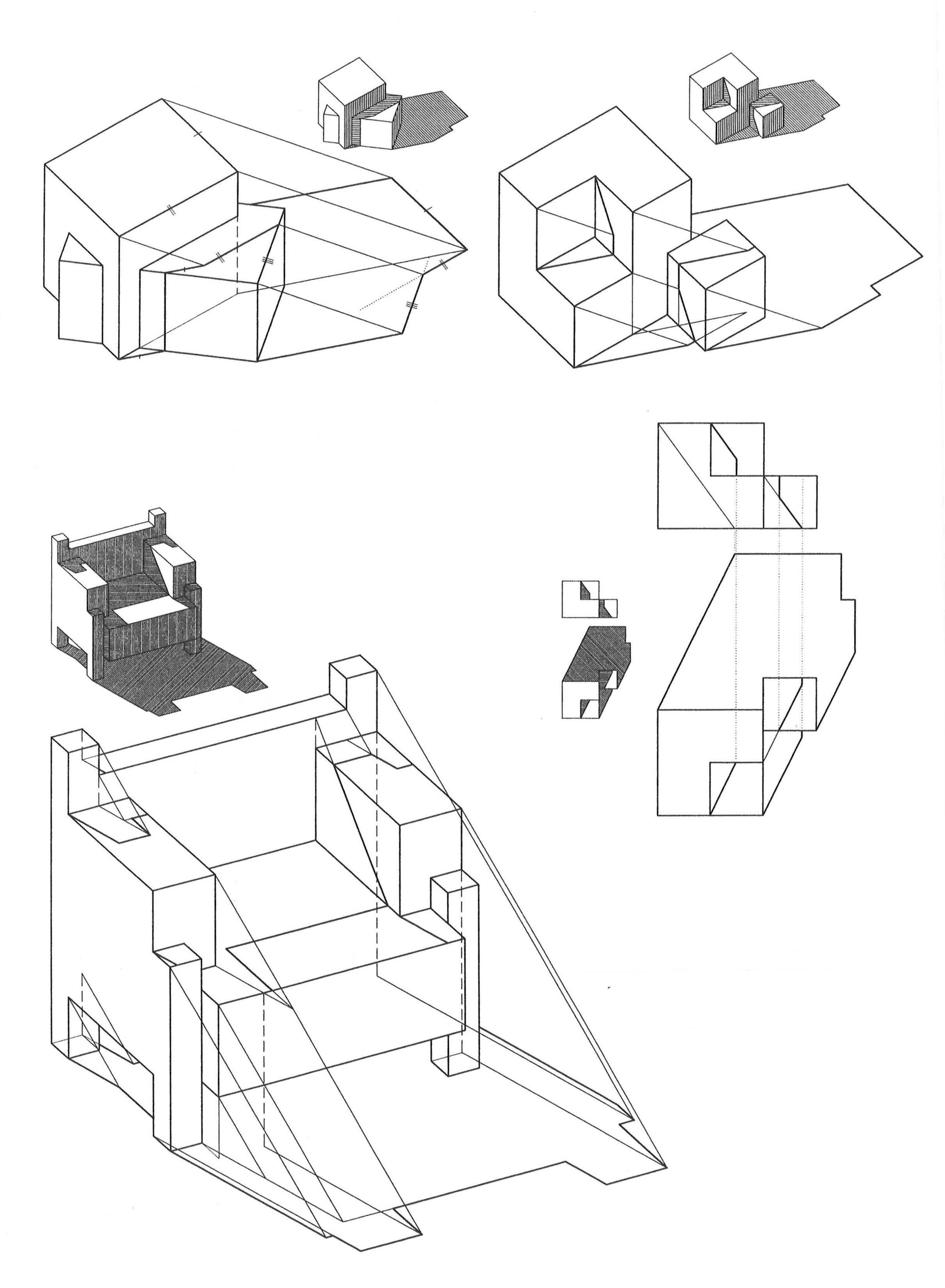


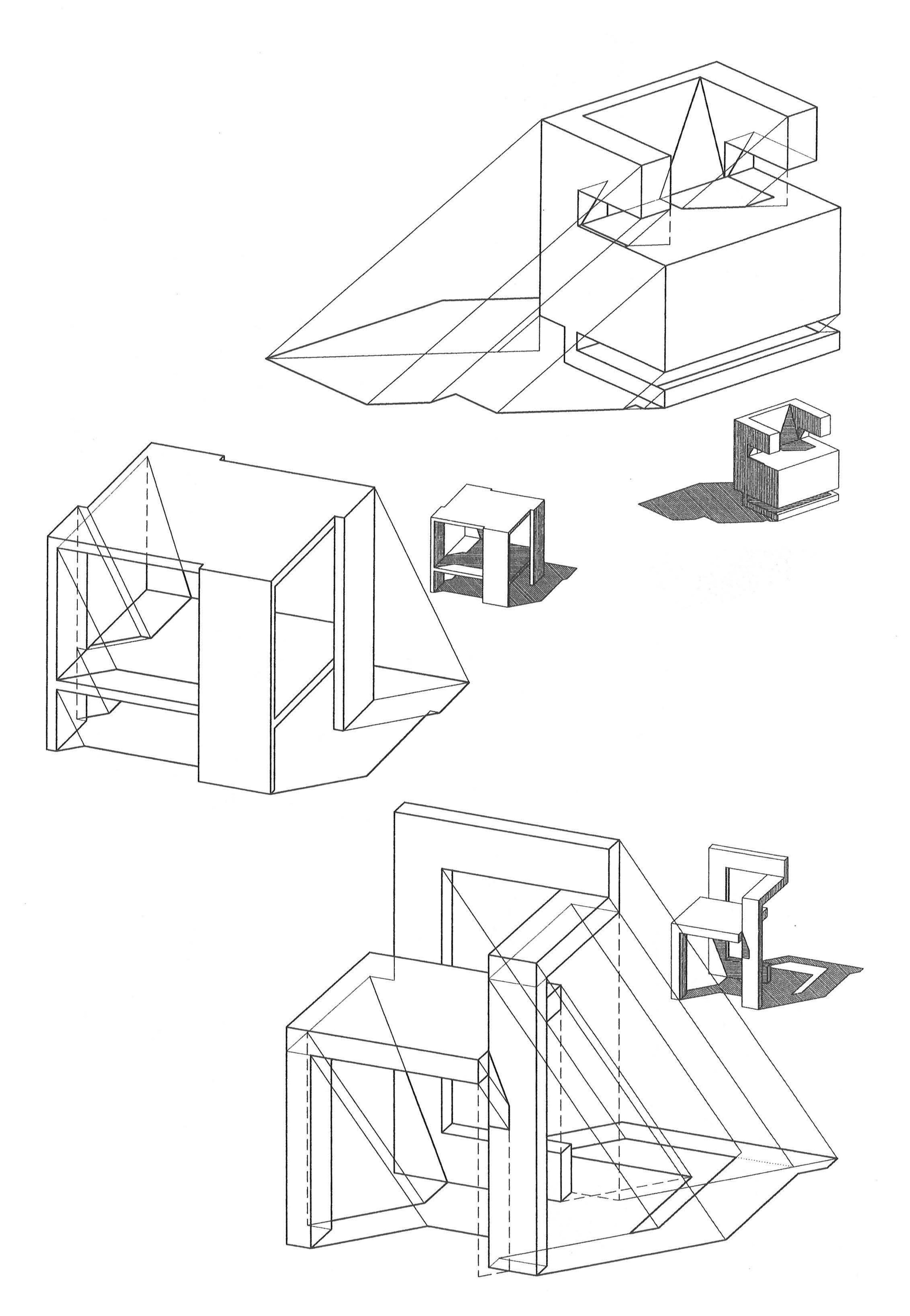


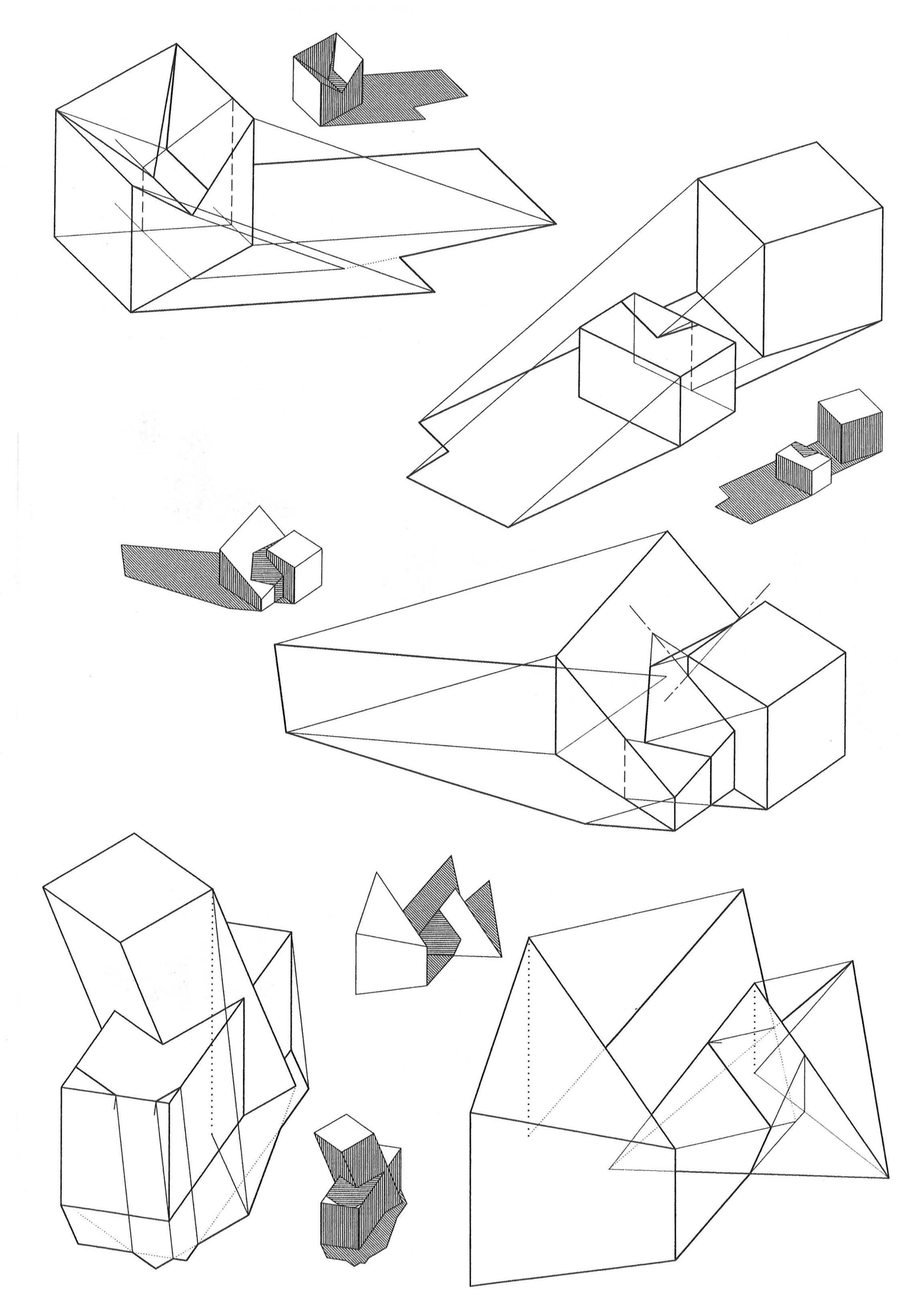


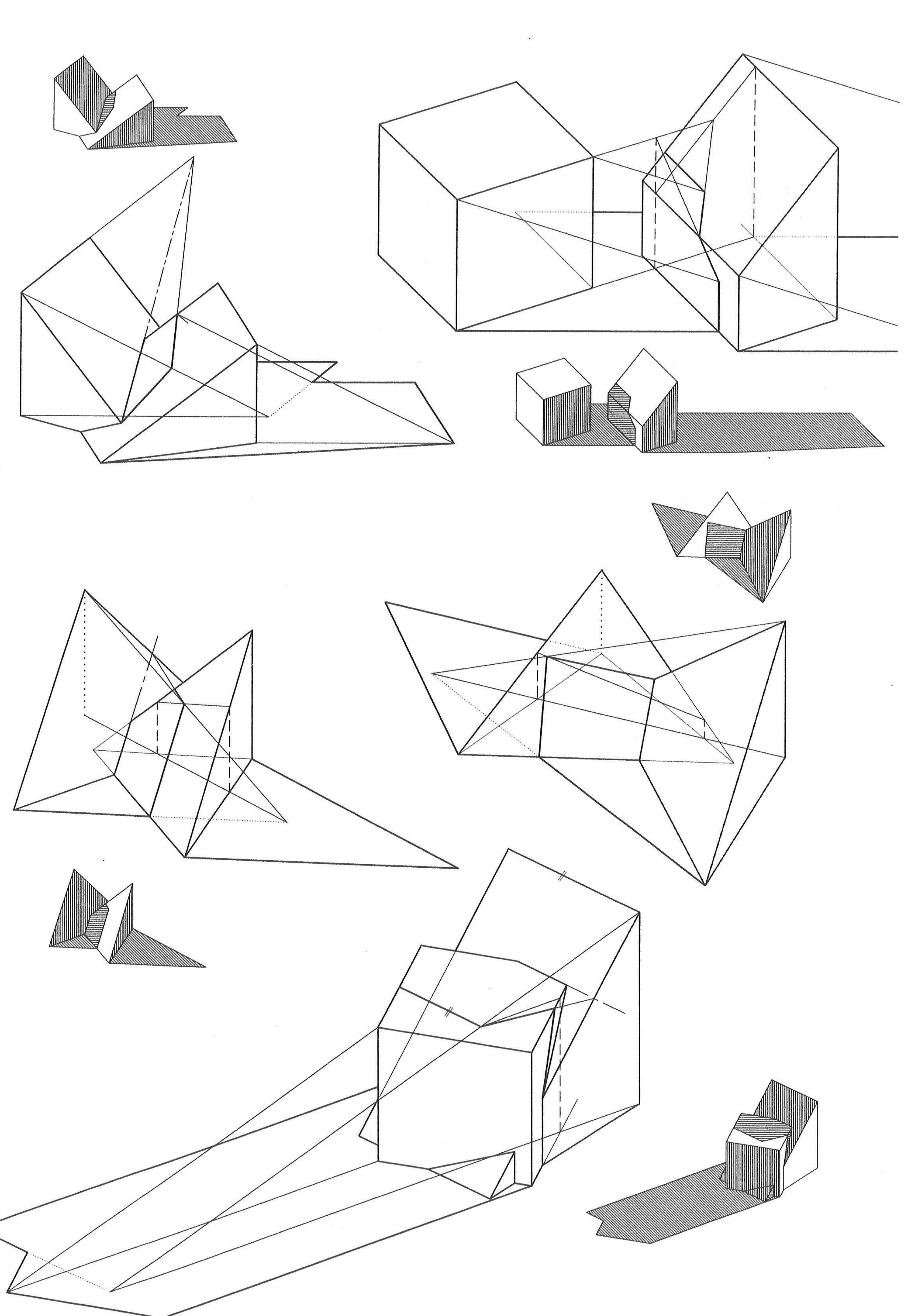


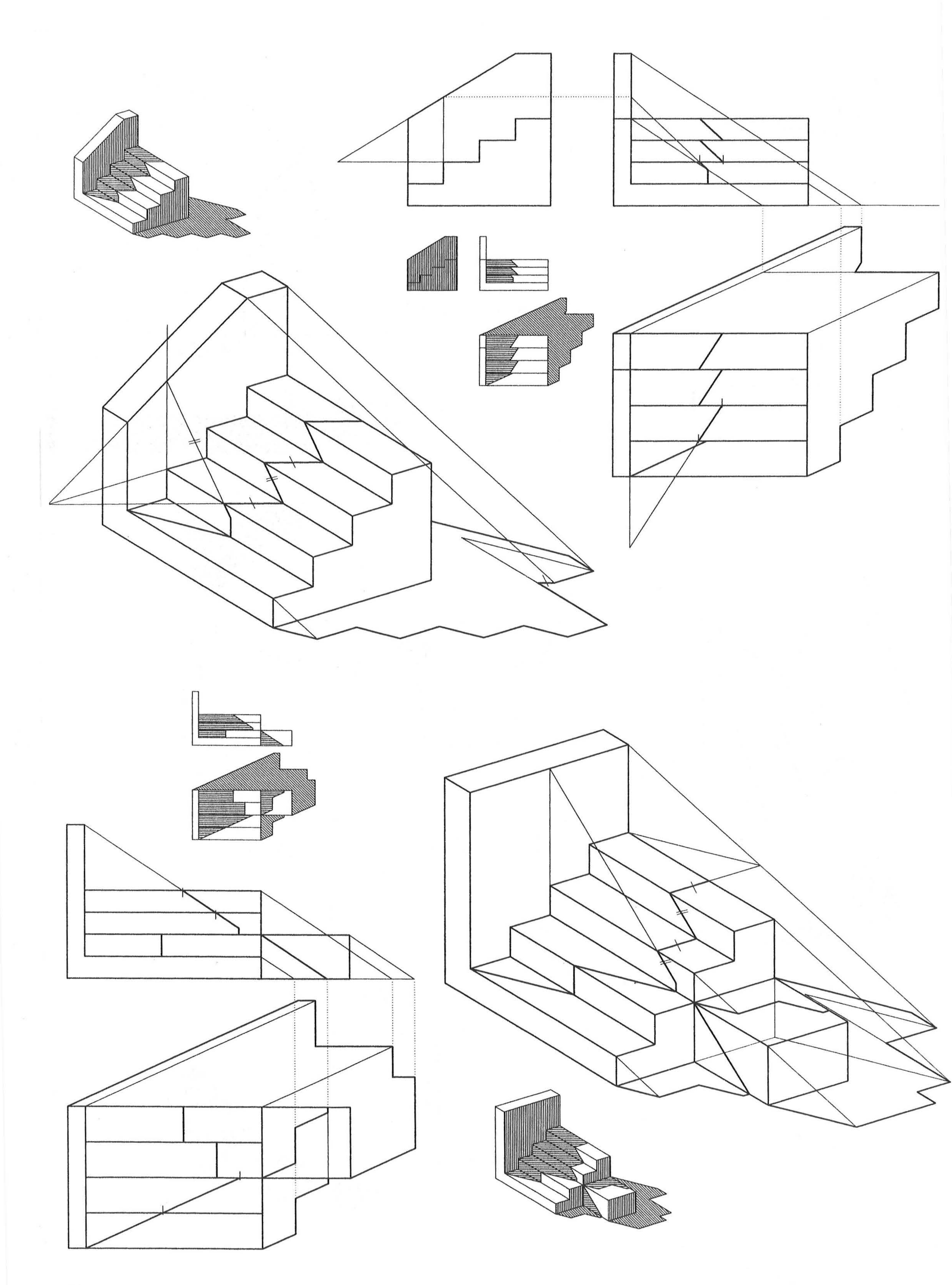


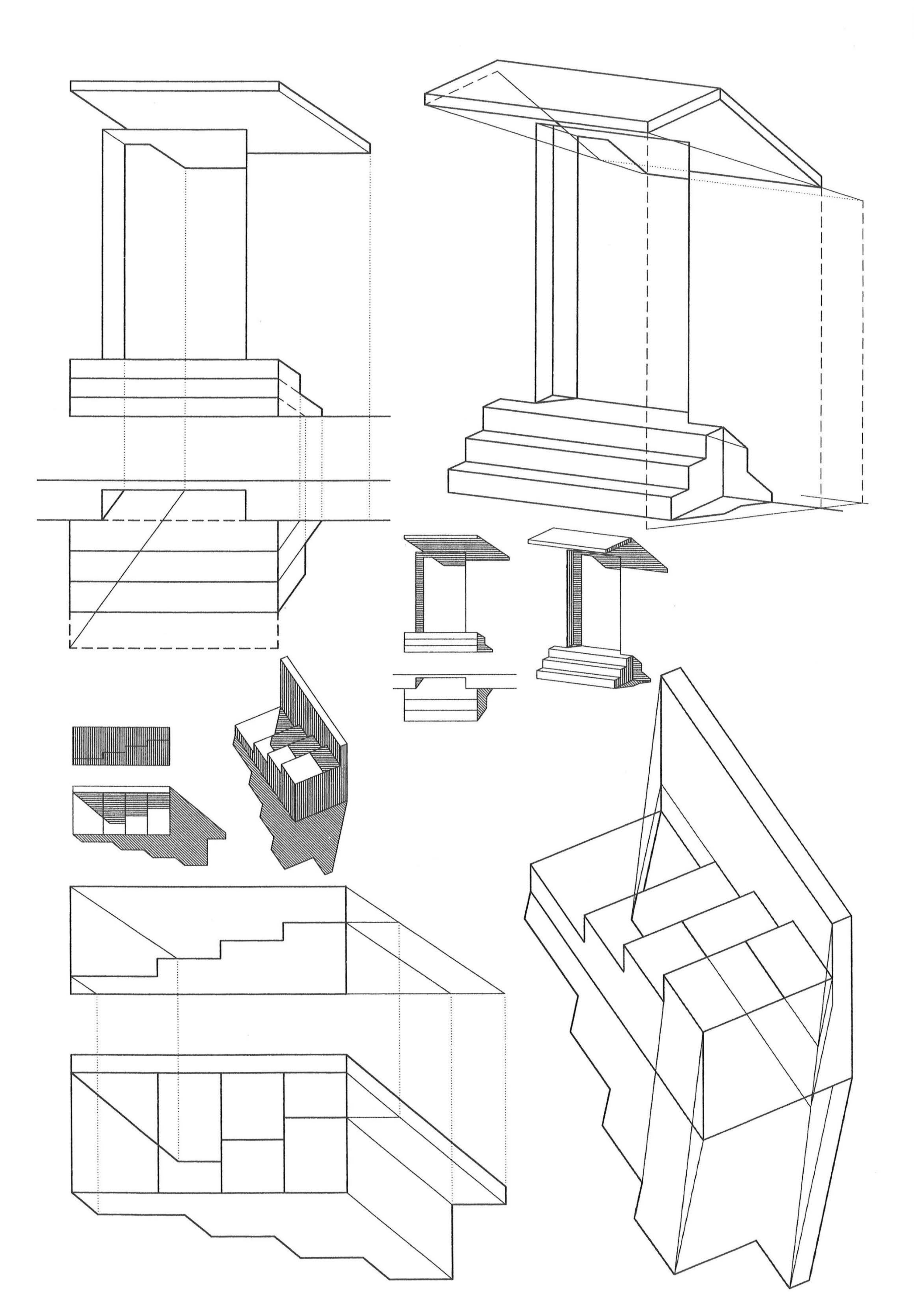




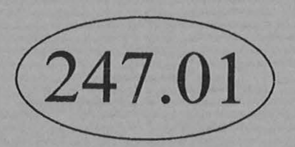








CUADERNO



CATÁLOGO Y PEDIDOS EN
http://www.aq.upm.es/of/jherrera
info@mairea-libros.com

